Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXVI, № 5

ГИДРОМЕХАНИКА

Академик А. Н. КОЛМОГОРОВ

О ДРОБЛЕНИИ КАПЕЛЬ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Публикуемая непосредственно перед моей заметкой заметка (1) М. К. Баранаева, Е. Н. Теверовского и Э. Л. Трегубовой содержит интересный экспериментальный материал по вопросу о дроблении капель не растворимых в воде жидкостей в турбулентном водном потоке. Явление это, помимо его самостоятельного интереса, может, по идее авторов заметки (1), служить и дополнительным средством проверки наших представлений о локальной структуре турбулентных пульсаций.

Теория локальной структуры турбулентных пульсаций была разработана мною и А. М. Обуховым. Она была проверена по данным непосредственных измерений пульсационных скоростей и нашла ряд подтверждений и применений при изучении рассеивания в турбулентной атмосфере звука, ультракоротких радиоволн и света. В соответствии с этой теорией средний квадрат v_d^2 разности скоростей в двух точках, лежащих на расстоянии d, выражается формулой

$$v_d^2 = \left(\frac{\nu}{\lambda_0}\right)^2 f\left(\frac{d}{\lambda_0}\right), \tag{α}$$

где ν — кинематическая вязкость, а f — универсальная функция с асимптотическим поведением;

$$f(k) \sim k^2 \qquad \text{при малых } k, \tag{β}$$

$$f(k) \sim k^{2/3} \qquad \text{при больших } k. \tag{γ}$$

(В обозначениях мы, по возможности, следуем заметке (1), а знак $\sim$ употребляем в смысле приближенной пропорциональности, причем коэффициент пропорциональности не пишем.)

λ_0 в приведенных формулах обозначает „внутренний масштаб турбулентности". При спектральном разложении турбулентных пульсаций компоненты спектрального разложения масштаба, значительно меньшего λ_0, должны быть ничтожно малы. Что касается разностей скоростей на расстояниях d, существенно меньших λ_0, то их среднее квадратическое значение, в соответствии с (β), убывает пропорционально d. Для многих физических процессов эти разности могут оказаться „достаточно большими" и при расстояниях d, значительно меньших, чем внутренний масштаб λ_0. Поэтому обнаружение физических процессов, производимых этими разностями, еще совсем не обозначает необходимости какого-либо пересмотра нашей с А. М. Обуховым теории *.

* Попытка же, предпринятая в статье (2) Е. Н. Теверовским, обосновать необходимость применять при d, значительно меньших, чем λ_0, «закон двух третей» (γ) не может считаться достаточно убедительной. Описываемые им в (2) явления могут найти и совсем другое объяснение.

Введем теперь в турбулентный поток „первой“ жидкости (в опытах ([1]) — воды) тонкую струйку „второй“ жидкости с той же плотностью (это требование в опытах ([1]) выполнено с большой точностью), с кинематической вязкостью ν' и с поверхностным натяжением на границе с первой жидкостью σ.

Если бы σ равнялось нулю, а ν' равнялось ν, то, с механической точки зрения, струйка второй жидкости ничем не отличалась бы от выделенной чисто геометрически струйки потока первой жидкости. В заметке ([1]) не совсем точно описывается судьба такой струйки. Такая струйка должна в действительности не распадаться на капли диаметра порядка λ_0, а деформироваться во все более тонкую извивающуюся и разветвляющуюся нить. Никакого предела размешивания струи в потоке в такой идеализированной схеме не получилось бы.

Предел этому размешиванию кладет только поверхностное натяжение. Благодаря нему струя распадается на капли, капли эти дробятся до некоторого предела, а капли достаточно малого диаметра d сохраняются, так как действующие на них разрывающим образом разности скоростей порядка v_d при малых d малы и уже не в состоянии преодолеть поверхностное натяжение.

Из гипотезы об универсальности безразмерной локальной структуры турбулентных потоков вытекает, что судьба капли диаметра d должна зависеть только от безразмерных отношений d/λ_0 и ν'/ν и числа Вебера

$$\mathrm{We}_d = \frac{\sigma}{v_d^2 d\rho}.$$

Вместо отношений d/λ_0 и ν'/ν можно ввести два числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_d = \frac{v_d d}{\nu}, \qquad \mathrm{Re}'_d = \frac{v_d d}{\nu'}.$$

В области диаметров капель одного порядка со внутренним масштабом λ_0 число безразмерных характеристик процесса, повидимому, нельзя уменьшить: их должно быть три:

$$(\mathrm{We}_d,\ d/\lambda_0,\ \nu'/\nu)$$

или

$$(\mathrm{We}_d,\ \mathrm{Re}_d,\ \mathrm{Re}'_d),$$

безразлично.

Но при d значительно меньших, чем λ_0, мы попадаем в область значительного преобладания сил вязкости над силами инерции, и безразмерных характеристик остается только две:

$$\mathrm{We}_d \quad \text{и} \quad \nu'/\nu.$$

В области d значительно бо́льших, чем λ_0, роль вязкости первой жидкости должна быть мала. Если вязкость ν' второй жидкости меньше или того же порядка, как и вязкость первой жидкости, то при d значительно больших, чем λ_0, можно пренебрегать и той и другой вязкостью. Если вязкость второй жидкости значительно больше вязкости первой, то пренебрегать ею можно только для d, превосходящих масштаб

$$\lambda'_0 \sim \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^{3/4} \lambda_0.$$

Таким образом, мы получаем следующую таблицу безразмерных характеристик:

	$\nu' \ll \nu$ или $\nu' \approx \nu$	$\nu' \gg \nu$
$d \ll \lambda_0$	We_d и ν'/ν	
$d \approx \lambda_0$	We_d, d/λ_0 и ν'/ν	
$d \gg \lambda_0$	We_d	We_d и Re'_d
$d \gg \lambda'_0$	—	We_d

Опыты, описанные в заметке ([1]), имели дело с водой в качестве первой жидкости и двумя различными смесями в качестве второй жидкости. Поверхностное натяжение σ в обоих рассмотренных случаях было почти одинаковым. Отношение ν'/ν было различным в двух вариантах опыта, но все же не очень сильно отличалось от единицы. Как видно из рис. 2 заметки ([1]), влияние различия значений ν' в двух вариантах опыта оказалось лежащим в пределах разброса точек для каждого варианта в отдельности. Оставляя поэтому пока в стороне обсуждение предлагаемой авторами заметки ([1]) формулы (3), первый член которой должен учитывать влияние изменений отношения ν'/ν (η обозначает в ([1]) вязкость $\eta = \nu'\rho$ второй жидкости), рассмотрим пока случай постоянного отношения ν'/ν меньшего единицы или не́ очень много превышающего единицу.

В этом случае вместе с авторами заметки ([1]) естественно предположить, что максимальный диаметр d_0 капель, обладающих достаточной устойчивостью для длительного сохранения, должен соответствовать некоторому вполне определенному „критическому" числу Вебера We_{d_0}. Строго говоря, в силу вышесказанного это допущение можно считать хорошо обоснованным лишь за пределами области значений d_0 одного порядка с λ_0, а критическое число Вебера может оказаться в области $d_0 \ll \lambda_0$ и $d_0 \gg \lambda_0$ различным. Пользуясь формулами (β) и (γ), получаем окончательно:

$$d_0 = \left(\frac{\sigma}{\mathrm{We}_{kp}\nu^2\rho}\right)^{1/3} \lambda_0^{4/3} \qquad \text{в случае } d_0 \ll \lambda_0,$$

$$d_0 = \left(\frac{\sigma}{\mathrm{We}^*_{kp}\rho}\right)^{3/5} \lambda_0^{2/5} \qquad \text{в случае } d_0 \gg \lambda_0.$$

В трубе диаметра D вне ламинарного пограничного слоя

$$\lambda_0 = g\left(\frac{r}{D}\right)\left(\frac{\nu^3 u_*^3}{D}\right)^{1/4},$$

где u_* — так называемая динамическая скорость, r — расстояние от оси трубы, а g — некоторая универсальная функция. Подставляя это выражение для λ_0 в предыдущие формулы для d_0, получаем:

$$d_0 \sim g^{4/3}\left(\frac{r}{D}\right)\left(\frac{\sigma\nu}{\mathrm{We}_{kp}\rho D}\right)^{1/3} u \qquad \text{в случае } d_0 \ll \lambda_0, \tag{I}$$

$$d_0 \sim g^{2/5}\left(\frac{r}{D}\right)\left(\frac{\sigma}{\mathrm{We}^*_{kp}\rho}\right)^{3/5}\left(\frac{1}{D}\right)^{2/5} u^{-6/5} \qquad \text{в случае } d_0 \gg \lambda_0. \tag{II}$$

Так как отношение u / u^* средней скорости в трубе к динамической скорости меняется медленно, то формула (II) соответствует формулам (7) и (8) заметки (1). Возможно, что уместнее было бы пользоваться при объяснении результатов опытов, изложенных в (1), не формулой (II), а формулой (I). Впрочем, при имеющейся пока точности опытов различие между показателем 1 в формуле (I) и показателем 6/5 в формуле (II) вряд ли может быть уловлено. Судя по рис. 2 из (1), непосредственная обработка опытов приводит к показателю, несколько меньшему единицы. Однако авторы (1) справедливо полагают, что это обстоятельство может быть связано с недостаточным временем пребывания капель в жидкости при больших скоростях для того, чтобы процесс дробления успел закончиться.

Далее авторы поднимают очень интересный вопрос: если v_d является лишь средним квадратичным значением разности скоростей на расстоянии d, то не возникают ли изредка на том же расстоянии разности значительно бо́льшие?

Для ответа на этот вопрос надо было бы знать закон распределения разностей скоростей на заданном расстоянии d.

Если бы можно было поставить опыты с дроблением капель так, что каждая капля достаточно долго находится в области с постоянными характеристиками локальной структуры, то такие опыты могли бы оказаться существенными для дальнейшего развития наших представлений о локальной структуре турбулентности.

К сожалению, в трубе внутренний масштаб λ_0 значительно меняется в поперечном сечении. Те капли, которые заметно удалились от оси трубы, должны подвергаться дроблению до заметно меньших диаметров, чем те, которые все время оставались вблизи оси трубы.

Это заставляет пока отнестись с большой осторожностью к истолкованию данных заметки (1) о зависимости минимального размера капель от времени пребывания в потоке.

Развитие дальнейших работ по обсуждаемой теме должно, мне кажется, пойти по двум путям:

1. Развитая выше концепция наличия твердой нижней грани диаметров капель d_0, дальше которой дробление в пределах области с заданными характеристиками локальной структуры потока не происходит, должна быть разработана в направлении учета влияния на размеры d_0 вязкости второй жидкости ν'. Эту теорию первого приближения надо попробовать применить к расчету различных специальных задач с неоднородными потоками.

2. Должны быть поставлены опыты для выяснения зависимости распределения размеров капель от времени пребывания в потоке со строго постоянными локальными характеристиками.

Поступило
14 IV 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 М. К. Баранаев, Е. Н. Теверовский и Э. Л. Трегубова, ДАН, 66, № 5 (1949). 2 Е. Н. Теверовский, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 12, 7 (1948).