Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXVI, № 5

ГИДРОМЕХАНИКА

М. К. БАРАНАЕВ, Е. Н. ТЕВЕРОВСКИЙ и Э. Л. ТРЕГУБОВА

О РАЗМЕРЕ МИНИМАЛЬНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ*

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 14 IV 1949)

Картина превращения энергии турбулентного потока в тепло обычно представляется следующим образом ([1]). Крупномасштабные пульсации, определяемые размерами потока, дробятся на более мелкие и, наконец, в пульсациях масштаба λ_0 энергия турбулентного потока превращается в тепло. Наименьший масштаб турбулентности λ_0 определяется тем условием, что число Рейнольдса для данного масштаба Re_{λ_0} имеет порядок единицы. Пульсации меньшие, чем λ_0, вследствие вязкости должны быстро затухать.

Для того чтобы проследить распад крупномасштабного движения в турбулентном потоке на движения меньших масштабов, следовало бы как-нибудь отметить все жидкие частицы, участвующие в рассматриваемом крупномасштабном движении. Этого можно достигнуть, например, вводя в поток затопленную свободную струю окрашенной жидкости, движущуюся со средней скоростью потока. Если вводить таким образом в поток жидкость, которая, хотя и не отличается от жидкости, составляющей поток, по своей вязкости и плотности, но не растворяется в ней, то струя под влиянием турбулентных пульсаций будет распадаться на капли. Молекулярная диффузия вследствие нерастворимости жидкости не может влиять на распад струи. Поэтому распад струи будет продолжаться до тех пор, пока размеры частиц жидкости, введенной в поток, не уменьшатся до размеров, соответствующих минимальному масштабу турбулентных пульсаций в данном потоке. Это будет вполне справедливо, конечно, только в том случае, если поверхностное натяжение на границе взятых жидкостей настолько мало, что не может оказать существенного влияния на диссипацию энергии при распаде наиболее мелких капелек.

Средние размеры d_0 образовавшихся при этом капелек должны определяться из условия, что число Рейнольдса для этих капель по порядку равно единице, т. е.

$$\mathrm{Re}_{d_0} = \frac{(v_{d_0}/d_0)\,d_0^2\,\rho}{\eta} \sim 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{\mathrm{Re}_{d_0}} \sim 1. \tag{1}$$

Здесь v_{d_0} означает разницу скоростей на расстоянии d_0; v_{d_0}/d_0 — средний градиент скорости в масштабе d_0; ρ — плотность жидкости; η — ее вязкость.

* См. напечатанную в этом же номере заметку А. Н. Колмогорова „О дроблении капель в турбулентном потоке"

Если на границе взятых жидкостей имеет место значительное поверхностное натяжение σ, то к условию (1) должно быть, очевидно, присоединено еще условие, что число Вебера по порядку величины равно единице:

$$\mathrm{We}_{d_0} = \frac{\sigma}{(v_{d_0}/d_0)^2 d_0^3 \rho}. \tag{2}$$

Объединяя условия (1) и (2), можно получить уравнение, определяющее (по порядку величины) размеры капель, получающихся в результате распада струйки жидкости в потоке другой жидкости, не смешивающейся с ней:

$$\frac{1}{\mathrm{Re}_{d_0}} + \mathrm{We}_{d_0} \sim 1. \tag{3}$$

Условие (3) получается из уравнения, выражающего равенство кинетической энергии частицы жидкости работе сил вязкости и поверхностного натяжения при разрыве этой частицы:

$$v_{d_0}^2 \rho d_0^3 \sim \eta v_{d_0} d_0^2 + \sigma d_0^2, \tag{4}$$

откуда следует:

$$1 \sim \frac{\eta}{\rho v_{d_0} d_0} + \frac{\sigma}{v_{d_0}^2 \rho d_0}. \tag{5}$$

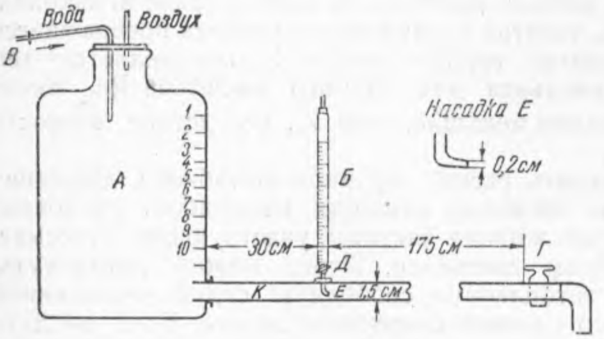

Рис. 1. Схема установки. $А$ — склянка с водой, $Б$ — бюретка с жидкостью, $В$ — кран для впуска воды, $Г$ — кран для выхода потока, $Д$ — кран бюретки, $Е$ — насадка, $К$ — труба

Используя „закон 2/3" Колмогорова — Обухова [2,3], можно выразить v_{d_0} в уравнениях (1) и (2) через величину диссипации энергии ε, характеризующую свойства потока в целом [1].

Учитывая, что $v_{d_0} \sim (\varepsilon d_0/\rho)^{1/3}$, получим:

$$\frac{\eta}{(\varepsilon d_0^4 \rho^2)^{1/3}} \sim 1, \qquad \frac{\sigma}{(\varepsilon^2 d_0^5 \rho)^{1/3}} \sim 1, \tag{6}$$

откуда, воспользовавшись условием (3), находим:

$$d_0 \sim \frac{\eta^{3/4}}{\varepsilon^{1/4} \rho^{1/2}} + \frac{\sigma^{3/5}}{\varepsilon^{2/5} \rho^{1/5}}. \tag{7}$$

Величина диссипации энергии ε может быть выражена через среднюю скорость потока u и диаметр трубы D:

$$\varepsilon \sim \rho u^3 / D. \tag{8}$$

Нами были проведены опыты по изучению дробления на капли затопленной струи жидкости в турбулентном потоке. На рис. 1 приводится схема установки. Из склянки $А$ в трубу $К$ поступал под давлением поток воды, в который из бюретки $Б$ вводилась струйка жидкости, не растворимой в воде. После крана $Г$ отбирались пробы и размеры капелек раздробившейся турбулентным потоком жидкости измерялись под микроскопом. Скорость потока и струйки жидкости подбирались одинаковыми. В качестве дробимой жидкости использовались две смеси:

Смесь № 1	Смесь № 2
Хлорбензол 56% (по объему)	Хлорбензол 44,6%
Толуол 44%	Вазелиновое масло 55,4%
Уд. вес $\rho = 1,009$ г/см³	Уд. вес. $\rho = 1,002$ г/см³
Вязкость $\eta = 0,0086$ пуаза	Вязкость $\eta = 0,0203$ пуаза
Поверхностное натяжение (смесь — вода) $\sigma = 24,7$ дин/см	Поверхностное натяжение (смесь — вода) $\sigma = 27,7$ дин/см

Диаметр трубки был равен 1,5 см, ее длина 205 см. Диаметр отверстия бюретки 0,2 см.

При измерении размера капелек под микроскопом обычно промерялось от 3000 до 17 000 капель. Средний диаметр капель $\bar{d}$ определялся по формуле:

$$\bar{d} = \frac{\Sigma g_i d_i n_i}{\Sigma g_i n_i},$$

где g_i — вес капли диаметром d_i, n_i — число таких капель. Таким образом, $\bar{d}$ характеризует размер капель, на которые распадается основная масса жидкости. Кроме среднего размера капель, определялся минимальный размер капель, т. е. размер наименьших из найденных в пробах капель (табл. 1).

На рис. 2 представлена зависимость $\lg \bar{d}$ от $\lg \mathrm{Re}$.

Из табл. 1 и рис. 2 видно, что средний диаметр капель по порядку величины соответствует вычисленному d_0, однако наименьшие диаметры наблюденных капель $d_{мин}$ почти в 100 раз меньше d_0.

Из этого следует, что в турбулентном потоке существуют градиенты скорости, значительно бо́льшие, чем определяемые из уравнения (1), или пульсации, размеры которых меньше λ_0.

Существование пульсаций меньших, чем λ_0, показал Е. Н. Теверовский (4), указавший на то, что, хотя малые пульсации вследствие вязкости будут быстро затухать, однако они также должны непрерывно воспроизводиться турбулентным потоком и, следовательно, должны всегда существовать в нем.

Таблица 1

u в см/сек.	Re	$d_0 \cdot 10^2$ в см вычисл.	$\bar{d} \cdot 10^2$ из опыта	$d_{мин} \cdot 10^4$ из опыта
Смесь № 1				
42,9	6435	9,04	4,6	2,4
41,0	6150	9,54	4,6	2,4
41,0	6150	9,54	5,1	2,4
118,0	17700	2,72	2,8	1,2
118,0	17700	2,72	2,1	1,2
115,0	17250	2,80	3,4	1,2
147,8	22170	2,07	1,6	1,2
188,6	28300	1,56	1,6	1,2
188,7	28305	1,56	1,7	1,2
277,5	41617	0,99	1,5	1,2
290,0	43537	0,94	1,4	1,2
Смесь № 2				
41,0	6150	10,4	4,3	2,4
41,0	6150	10,4	4,0	2,4
200,7	30105	1,60	1,8	1,2
202	30300	1,59	1,4	1,2
273,8	41070	1,1	1,2	1,2
297,7	44655	1,0	1,3	1,2

Чем более длительное время капля находится в потоке, тем больше вероятность того, что на нее воздействует большой градиент скорости (или малая пульсация потока) и капля раздробится на более мелкие.

По совету акад. А. Н. Колмогорова, мы провели опыты по определению зависимости размера капель от времени пребывания их в потоке в установке, подобной вышеописанной, но с рядом кранов, размещенных вдоль трубы, через которые отбирались пробы.

Результаты измерения для потока с $\mathrm{Re} \cong 20000$ показаны на рис. 3. Из рис. 3 видно, что дробление жидкости на капли зависит от времени пребывания ее в потоке.

Размер минимальных капель в этих опытах оказался порядка $1 \cdot 10^{-4}$ см. Однако количество капель такого размера увеличивалось со временем и составляло 10% для времени пребывания струи в потоке, равном 0,4 сек., и 43% для 1,2 сек.

Из рассмотрения данных табл. 1 видно некоторое различие в зависимости $\bar{d}$ и d_0 от Re. Это различие объясняется тем, что дробление зависит от времени пребывания капель в потоке. При малых значениях Re время пребывания дробимой жидкости в трубе, применявшейся нами, было достаточно большим, и $\bar{d}$ получалось меньше d_0. Наоборот, при больших значениях Re время пребывания капель в потоке было малым, и капли не успевали на протяжении длины трубы, применявшейся нами, раздробиться до размера d_0.

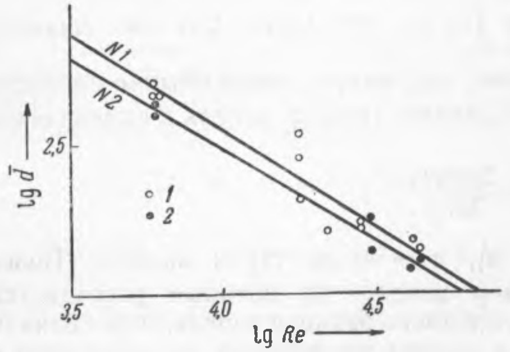

Рис. 2. Зависимость среднего диаметра капель от числа Рейнольдса. *1* — смесь № 1, *2* — смесь № 2

Таким образом, представляется возможным несколько уточнить картину диссипации энергии в турбулентном потоке. Энергия диссипирует в движениях любых масштабов, однако с уменьшением масштаба отношение диссипируемой энергии в движениях данного масштаба к общей энергии, диссипирующейся в потоке, быстро возрастает. Для масштаба λ_0 это отношение по порядку величины равно единице.

Это, однако, не означает, что вся энергия расходуется на вязкое трение в движениях именно этого масштаба.

Пульсации, значительно меньше λ_0, также обладают некоторой долей энергии, величина которой становится равной нулю, повидимому, в значительно меньших масштабах.

Другими словами, величины истинных градиентов скорости могут оказаться значительно больше, чем средняя величина максимального градиента скорости, вычисленная по диссипации энергии в потоке.

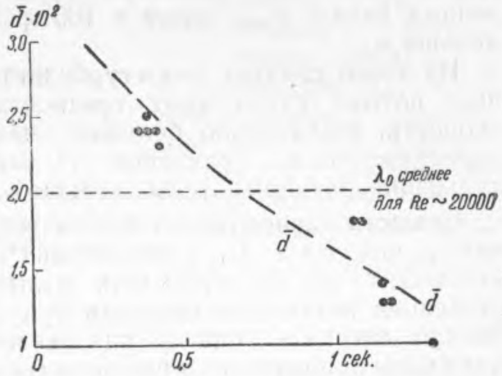

Рис. 3. Зависимость среднего диаметра капель от времени пребывания в потоке. Re потока 19000—22000

Поступило
6 IV 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Ландау и Е. Лившиц, Механика сплошных сред, 1944, стр. 107—115. [2] А. Н. Колмогоров, ДАН, **30**, № 4, 229 (1941). [3] А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 4—5, 453 (1941). [4] Е. Н. Теверовский, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **12**, № 1, 7 (1948).