

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

С. Д. МАРГОЛИН

ПОТЕРИ ОТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ ПРИ МАГНИТНОМ СКИН-ЭФФЕКТЕ  
В ЛИСТОВОЙ СТАЛИ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 17 II 1949)

В настоящей работе автор разъясняет, как пользоваться разработанным им методом (1) для определения потерь от вихревых токов в ферромагнитных листах, находящихся в переменном электромагнитном поле, с учетом зависимости магнитной проницаемости  $\mu$  от напряженности магнитного поля.

Приведем вывод формул для тороида.

Рассмотрим тороид сечением  $F_{ж}$  см<sup>2</sup>, составленный из электрически изолированных колец, сделанных из листовой стали толщиной  $d = 2a$  см (рис. 1), причем магнитная характеристика стали предполагается заданной.

Обмотка тороида, имеющая  $n$  витков, приключена к источнику с синусоидным напряжением  $U$  и частотой  $f$  (при этом считаем, что падение напряжения в обмотке тороида и потери на гистерезис уже учтены).

При решении задачи по распределению напряженности магнитного поля и магнитной индукции по толщине листа в (1) приведено уравнение

$$\frac{d^2 H_{xm}}{dx^2} = ik^2 \mu_x H_{xm}$$

или же

$$\frac{dB_{xm}}{dx^2} = ik^2 \mu_x B_{xm}, \quad (1)$$

где  $H_{xm}$  и  $B_{xm}$  — амплитуды напряженности магнитного поля и магнитной индукции на расстоянии  $x$  от линии симметрии (рис. 1) по толщине листа и зависят только от  $x$ ;  $i = \sqrt{-1}$ ;  $k^2 = 4\pi\sigma\omega 10^{-9}$ ;  $\sigma$  — удельная электропроводимость ферромагнетика, отнесенная к 1 см<sup>3</sup>;  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — частота в герцах;  $\mu_x$  — магнитная проницаемость, соответствующая  $B_{xm}$  по кривой магнитной характеристики; она является функцией от  $x$  — текущей координаты по нормали к плоскости листа (рис. 1).

Приближенное решение уравнения (1) имеет вид:

$$B_{xm} = \frac{1}{\sqrt{\mu_x}} \left[ C_1 \exp\left(\sqrt{i} k \int_0^x \sqrt{\mu_x} dx\right) + C_2 \exp\left(-\sqrt{i} k \int_0^x \sqrt{\mu_x} dx\right) \right] \quad (2)$$

при условии, что

$$\left| \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{ds/dx} \right) \right| \ll 1, \quad (3)$$

где  $s = \sqrt{ik} \int_0^x \sqrt{\mu_x} dx$ .

Учитывая, что магнитная индукция в данном случае симметрична по отношению к плоскости  $x=0$  (рис. 1), и произведя соответствующие преобразования, получим окончательное решение уравнения (1) в следующем виде:

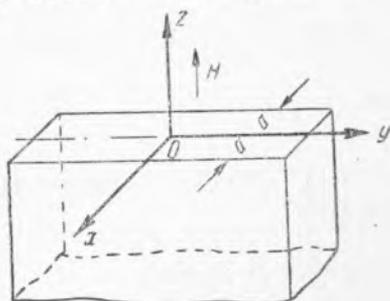


Рис. 1. Расположение координат по сечению листа

$$\frac{B_{xm}}{B_{am}} = \frac{\sqrt[4]{\mu_a} \operatorname{ch} \left( \sqrt{ik} \int_0^x \sqrt{\mu_x} dx \right)}{\sqrt[4]{\mu_x} \operatorname{ch} \left( \sqrt{ik} \int_0^a \sqrt{\mu_x} dx \right)}, \quad (4)$$

где  $B_{am}$  — амплитуда магнитной индукции на краю листа ( $x=a$ ), а  $\mu_a$  — магнитная проницаемость, соответствующая  $B_{am}$  по кривой магнитной характеристики.

Вектор среднего значения амплитуд магнитной индукции по всей толщине листа найдем, если, проинтегрировав выражение (4), взять среднее за  $a$ :

$$B_{ср.м} = \frac{1}{a} \int_0^a B_{xm} dx = \frac{\sqrt[4]{\mu_a}}{a} B_{am} \int_0^a \frac{1}{\sqrt[4]{\mu_x} \operatorname{ch} \left( \sqrt{ik} \int_0^a \sqrt{\mu_x} dx \right)} dx. \quad (5)$$

Производя соответствующие преобразования и обозначив

$$k_0 \int_0^x \sqrt{\mu_x} dx = m_x, \quad k_0 \int_0^a \sqrt{\mu_x} dx = m_a,$$

где

$$k_0 = \frac{k}{\sqrt{2}} = 2\pi \sqrt{cf} 10^{-9},$$

получим:

$$\frac{B_{ср.м}}{B_{am}} = M_{[\mu_x]} - iN_{[\mu_x]}, \quad (6)$$

где

$$M_{[\mu_x]} = \frac{\sqrt[4]{\mu_a}}{a} \int_0^a \frac{1}{\sqrt[4]{\mu_x}} \frac{\operatorname{ch}(m_a + m_x) \cos(m_a - m_x) + \operatorname{ch}(m_a - m_x) \cos(m_a + m_x)}{\operatorname{ch} 2m_a + \cos 2m_a} dx, \quad (7)$$

$$N_{[\mu_x]} = \frac{\sqrt[4]{\mu_a}}{a} \int_0^a \frac{1}{\sqrt[4]{\mu_x}} \frac{\operatorname{sh}(m_a + m_x) \sin(m_a - m_x) + \operatorname{sh}(m_a - m_x) \sin(m_a + m_x)}{\operatorname{ch} 2m_a + \cos 2m_a} dx. \quad (8)$$

Вектор напряжения, приложенного извне к обмотке тороида, выражается соотношением:

$$U = i\omega n F_{ж} B_{ср. м} 10^{-8}, \quad (9)$$

причем модуль

$$|B_{ср. м}| = B_{ср. м} = \frac{U \cdot 10^8}{4,44 f n F_{ж}}. \quad (10)$$

С другой стороны, вектор магнитной индукции  $B_{ам}$  на поверхности листа можно выразить через вектор тока  $I$  тороида известной формулой

$$B_{ам} = \frac{0,4\pi n I}{l_{ср}} \mu_x, \quad (11)$$

где  $l_{ср}$  — средняя длина магнитного пути тороида.

Принимая во внимание формулы (9), (10), (11) и (6), находим:

$$I = \frac{U}{\omega L_0 (N_{[\mu_x]} + i M_{[\mu_x]})} = \frac{U}{\omega L_0} \left( \frac{N_{[\mu_x]}}{M_{[\mu_x]}^2 + N_{[\mu_x]}^2} - i \frac{M_{[\mu_x]}}{M_{[\mu_x]}^2 + N_{[\mu_x]}^2} \right).$$

Обозначив  $I = I_a - i I_p$ , получим выражения для активной и реактивной составляющих тока:

$$I_a = \frac{U}{\omega L_0} \frac{N_{[\mu_x]}}{M_{[\mu_x]}^2 + N_{[\mu_x]}^2}, \quad (12)$$

$$I_p = \frac{U}{\omega L_0} \frac{M_{[\mu_x]}}{M_{[\mu_x]}^2 + N_{[\mu_x]}^2}, \quad (13)$$

где  $L_0 = \frac{0,4\pi n^2 F_{ж} 10^{-8}}{l_{ср}}.$

Потери от вихревых токов найдем по формуле

$$P_v = UI_a. \quad (14)$$

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо, по разработанному методу<sup>(1)</sup>, найти кривую распределения магнитной индукции по толщине листа и соответственно ей, по кривой магнитной характеристики, построить кривую проницаемости  $\mu_x$  по толщине листа, после чего, пользуясь формулами (12), (13), (7) и (8), находят графико-аналитическим методом активную  $I_a$  и реактивную  $I_p$  составляющие тока и по формуле (14) определяют потери  $P_v$  от вихревых токов.

Институт физики металлов  
Уральского филиала Академии наук СССР

Поступило  
15 II 1949

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. Д. Марголин, ЖТФ, 18, 10, 1306 (1948).