

В. М. БРЕЙТМАН

КИНЕТИКА ЗАТВЕРДЕВАНИЯ СЛИТКА

(Представлено академиком Н. Т. Гудцовым 9 XI 1948),

1. Задача о продвижении плоской границы раздела фаз при затвердевании кристаллизующегося вещества, впервые поставленная еще Стефаном⁽¹⁾, наряду с более точными решениями, имеет известное, простое и достаточное для практических целей решение:

$$X_{пл} = k\sqrt{t}, \quad (1)$$

где $X_{пл}$ — глубина продвижения плоской границы раздела фаз за время t . К сожалению, этого нельзя еще сказать об известных решениях задачи продвижения цилиндрического и шарового фронта кристаллизации в слитках конечных размеров. Известные новейшие решения задачи, содержащиеся, например, в нескольких работах Л. И. Рубинштейна⁽²⁾ и др., являются все же весьма сложными для того, чтобы служить средствами для практических расчетов образования стальных слитков во многих неотложных задачах, выдвигаемых нуждами нашей промышленности. Этим и объясняется, что, несмотря на опубликование ряда работ, содержащих сравнительно точные решения задачи затвердевания, например, цилиндрического слитка^(4,5), до сих пор в литературе, посвященной расчету таких слитков и явлений, сопровождающих их образование, зачастую пользуются уравнением (1)*.

2. В настоящем кратком сообщении показан весьма простой способ приближенного описания затвердевания цилиндрического и шарового слитков.

Положим в основание представлений о теплопроводности следующее физическое представление: теплота распространяется по области $U(t)$ за время t . Под областью U мы будем понимать часть пространства (любого), заключенную между двумя изотермическими границами G . Тогда, при сравнении двух областей $U_1(t)$ и $U_2(t)$, в общем случае получим:

$$U_1(t) = \Psi(U_2(t)). \quad (2)$$

Допуская, что цилиндрическая область U_c распространения тепла (в цилиндрической корке слитка) приближенно пропорциональна соответствующей области при плоском фронте кристаллизации, получим:

$$U_c = c_1 G_{нар} X_{пл}, \quad (2,1)$$

* Это уравнение иногда ошибочно называют „уравнением Фельда“.

где $G_{нар}$ — величина наружной поверхности цилиндра. Тогда, согласно (1), получим:

$$R^2 - r^2 = 2c_1 k R \sqrt{t_u}, \quad (3)$$

где R и r , соответственно, наружный и внутренний радиусы цилиндрической корки слитка. А так как толщина цилиндрической корки $X_u = R - r$, то, обозначив $c_1 k = k_1$, получим:

$$X_u = R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2k_1}{R} \sqrt{t_u}} \right). \quad (1)$$

Из (1) в момент t_{ms} полного затвердевания слитка получим:

$$t_{ms} = \frac{1}{4k_1^2} R^2. \quad (4)$$

Выражая процесс затвердевания в относительных величинах $\xi_u = X_u/R$ и $\tau_u = t/t_{ms}$, найдем:

$$\xi_u = 1 - \sqrt{1 - \sqrt{\tau_u}} \quad (I,1)$$

или

$$\tau_u = \xi_u^4 - 4\xi_u^3 + 4\xi_u^2. \quad (I,2)$$

Следовательно, скорость продвижения цилиндрического фронта кристаллизации будет:

$$\frac{d\xi_u}{d\tau_u} = \frac{1}{4\sqrt{\tau_u} \sqrt{1 - \sqrt{\tau_u}}}. \quad (I,3)$$

Из последнего видно, что скорость нарастания ξ_u в начальный и конечный моменты стремится к бесконечности. Определяемый этим U-образный вид кривой скорости неоднократно был констатирован многочисленными опытными исследованиями затвердевания цилиндрических слитков.

Между тем, из уравнения (1) следует:

$$\frac{d\xi_{n,l}}{d\tau_{n,l}} = \frac{1}{2\sqrt{\tau_{n,l}}}, \quad (1,1)$$

что дает в момент полного затвердевания слитка минимальную величину скорости, справедливую для плоского, но неприемлемую для цилиндрического фронта кристаллизации.

3. Аналогичным путем получаем выражение толщины корки шарового слитка (при $k_2 = c_2 k$):

$$\xi_{ш} = 1 - \sqrt[3]{1 - \sqrt{\tau_{ш}}}, \quad (II)$$

где $t_{ms} = \frac{1}{9k_2^2} R^2$. Отсюда:

$$\frac{d\xi_{ш}}{d\tau_{ш}} = \frac{1}{6\sqrt{\tau_{ш}} \sqrt[3]{(1 - \sqrt{\tau_{ш}})^2}}. \quad (II,1)$$

Форма кривой скорости здесь также имеет U-образный вид.

4. Уравнение (1, 1) выведено для идеального слитка и не содержит никаких коэффициентов. Для реальных слитков целесообразно ввести коэффициент, который бы отражал особенности реального процесса. Примем, что для реального процесса время $t_{1mв}$ полного затвердевания слитка пропорционально величине $t_{mв}$, т. е.:

$$t_{1mв} = p t_{mв}$$

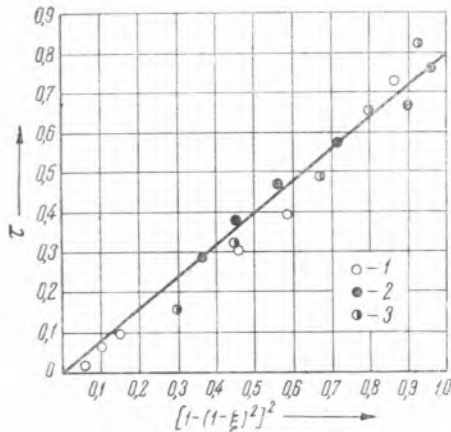


Рис. 1. Расчет p для уравнения (1, 4), применяемого для вычисления толщин корок стальных и парафиновых слитков. 1 — опыт № 20, парафин; 2 — стальной слиток 0,5 т; 3 — стальной слиток 7 т

и, следовательно,

$$\tau_{1ц} = \frac{t}{p t_{mв}}$$

что дает для реальной толщины $\xi_{1ц}$ корки:

$$\xi_{1ц} = \sqrt{1 - \sqrt{\tau_{1ц}}} \quad (1,4)$$

Рассмотрим приложения уравнения (1, 4) к расчету образования цилиндрических парафиновых и стальных слитков (опытные данные и расчеты относятся к нормальному сечению слитков на середине их высот).

Характеристики опытов. Парафиновый слиток: $d \cong 120$ мм; вес ~ 4 кг; $t_{mв} \cong 270$ мин.; температура, сопряженная с образованием корки, $\cong 50,3^\circ$ (начало кристаллизации $\cong 52,5^\circ$). Стальные слитки получены из стали ОХНЗМ(3). Слиток весом 500 кг; $d \cong 280$ мм; $t_{mв} \cong 21$ мин. Слиток весом 7000 кг; $d \cong 800$ мм; $t_{mв} \cong 180$ мин. На рис. 1 показан расчет коэффициента p , который для стальных и парафиновых слитков оказался $\cong 0,8$. На рис. 2 изображено сравнение фактических толщин корок и вычисленных по уравнению (1, 4). Несмотря на большие различия в природе материалов слитков (парафин, сталь), в весах (7000, 500, 4 кг), в размерах (диаметры 800, 280, 120 мм), в диапазонах температур ($1450^\circ \rightarrow 20^\circ$, $57^\circ \rightarrow 20^\circ$) и пр., опытная проверка уравнения (1, 4), как видно, дает удовлетворительные результаты. Это позволяет при практических расчетах затвердевания цилиндрических (шаровых) слитков и явлений, сопровождающих этот процесс (образование „усов“, трещин и пр.), пользоваться

элементарно простым уравнением (1,4), вместо неприемлемого для этих целей уравнения (1) плоского фронта кристаллизации.

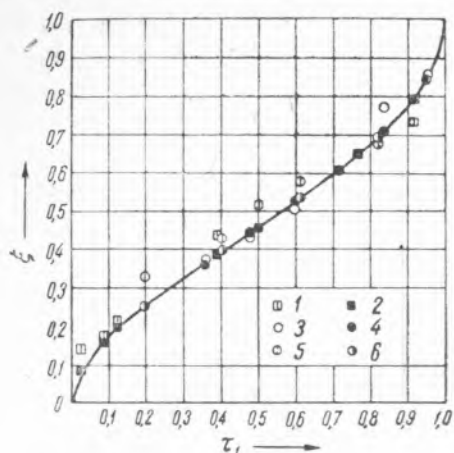


Рис. 2. Сравнение фактических толщин корок и вычисленных по уравнению (1,4) для стальных и парафиновых слитков. Сплошная линия соответствует идеальному слитку; уравнение (1,1)

Материал	Вес слитка в г	R в мм	t _{ТВ} в мин.	Обозначения	
				факт.	вычисл.
Парафин, опыт № 20	0,004	60	270	1	2
Сталь ОХНЗМ	0,5	140	21	3	4
То же	7,0	400	180	5	6

Благодарю акад. Н. Т. Гудцова за ценные указания и советы, а также В. М. Тагеева за любезно предоставленные опытные данные о стальных слитках и полезные советы, Л. И. Морозенского и О. Д. Зигель — за полезные дискуссии.

Поступило
19 IV 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. Stephan, Sitzungsber. Kais. Akad. d. Wiss. Wien, Math.-naturw. Geb., 98, IIa, Juli (1889). ² Л. И. Рубинштейн, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 11, № 1 (1947). ³ А. К. Жегалов и В. М. Тагеев, Металлург, № 2, 35 (1938). ⁴ Л. С. Лейбензон, Руководство по нефтепромысловой механике, ч. 1, 1931. ⁵ В. М. Тагеев и Б. Б. Гуляев, Металлург, № 8, 23 (1939).