Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXIV, № 5

ТЕПЛОТЕХНИКА

Член-корреспондент АН СССР З. Ф. ЧУХАНОВ

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ГОРЕНИЕ УГЛЕРОДНОГО КАНАЛА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

Распределение средней концентрации кислорода вдоль горящего углеродного канала определится ([1]) в чисто диффузионной области следующим дифференциальным уравнением*:

$$\frac{d^2\overline{c}}{dz^2} - \frac{\overline{w}}{D}\frac{d\overline{c}}{dz} = \varphi F_p \overline{c}\,\frac{\overline{w}}{D}, \tag{1}$$

где φ — коэффициент переноса тепла и вещества без учета продольной (вдоль потока) молекулярной диффузии.

Это линейное уравнение второго порядка имеет следующее решение:

$$\overline{c}z = K_{\rm int} e^{\beta_1 z} + K'_{\rm int} e^{\beta_2 z}, \tag{2}$$

где $K_{\rm int}$ и $K'_{\rm int}$ — константы интегрирования, а β_1 и β_2 — корни квадратного уравнения

$$\beta_1 = \frac{1}{8} F_p[\mathrm{Pe} + \sqrt{\mathrm{Pe}^2 + 16\,\mathrm{Nu}}], \quad \beta_2 = \frac{1}{8} F_p[\mathrm{Pe} - \sqrt{\mathrm{Pe}^2 + 16\,\mathrm{Nu}}]. \tag{3}$$

Так как при $z=0$ $c=c_0$ и при $z=\infty$ $c=0$, то $K'_{\rm int}=0$, а $K'_{\rm int}=c_0$, и тогда уравнение (1) запишется:

$$c_z = c_0 \exp\left[-\frac{1}{8} F_p z(\sqrt{\mathrm{Pe}^2 + 16\,\mathrm{Nu}} - \mathrm{Pe})\right]. \tag{4}$$

При решении уравнения (1) без учета молекулярной диффузии вдоль потока получаем:

$$\overline{c}_z = c_0 \exp(-\varphi F_p z). \tag{5}$$

Сравнение уравнений (4) и (5) показывает, что роль продольной молекулярной диффузии для ламинарного горения имеет значение только для $\mathrm{Re} < 100$. Для турбулентного режима ею, без практически заметной ошибки, можно в расчетах пренебрегать. Для условий изотермического горения мы получили ([1]) удовлетворительное решение задачи определения распределения концентрации кислорода по длине горящего углеродного канала. Определение коэффициента переноса φ мы проводили по нашему уравнению гидродинамической теории переноса тепла и вещества.

Совершенно очевидно, что влияние неизотермичности при турбулентном режиме скажется на процессе переноса вещества по длине

---

* Обозначения те же, что и в ([1]).

канала двумя путями: с одной стороны, через изменение величины Re за счет наличия grad T по длине канала и, с другой, через непосредственное изменение коэффициента переноса за счет наличия grad T по радиусу канала. В отличие от ламинарного режима, по понятным причинам, решающую роль играет второй фактор. Учитывая малое влияние Re на φ турбулентное, мы в первом приближении можем пренебречь влиянием (dT/dz) на интенсивность переноса и учесть лишь наиболее важный фактор — влияние (dT/dr). Этот градиент температуры весьма невелик для турбулентного ядра потока, но имеет значительную величину в псевдоламинарном пограничном слое, где его влияние и является решающим.

Согласно нашей схеме переноса [2] тепла и вещества в турбулентном потоке „молями" вещества (газа), расход энергии на движение этих „молей" определится потерей кинетической энергии этих молей.

Если через $\sum \Delta_i$ обозначить количество „молей", переносимых в единицу времени к поверхности стенки канала на участке канала длиной dz, через dp — потерю напора потока за счет турбулентного движения и через d — диаметр трубы, то:

$$dp = \frac{4\sum \Delta_i}{\pi d^2 \bar{w} 2g}\left[\frac{1}{s_0}\int_s w_z^2\, ds - w_1^2\right], \tag{6}$$

где s_0 — сечение канала, w_1 — скорость газа на границе псевдоламинарного пограничного слоя. Пренебрегая молекулярным трением и учитывая условия равновесия, мы, следуя [2] рассуждениям, аналогичным выводу уравнения переноса тепла, получим:

$$\tau_0 = \frac{\sum \Delta_i \bar{w}}{\pi d\ dz}\,\frac{K_1 - \left(\frac{w_1}{\bar{w}}\right)^2}{2g}, \tag{7}$$

где τ_0 — касательное напряжение на стенке,

$$q_s = \frac{\sum \Delta_i (\bar{c} - c_1)}{\pi d \gamma\ dz} = \frac{\tau_0\, 2\bar{w} g}{(K\bar{w}^2 - w_1^2)\gamma}(\bar{c} - c_1), \tag{8}$$

$$\mathrm{Nu}_g = \frac{\zeta}{8}\,\mathrm{Pe}_g\,\frac{2c_*}{K_1 - (w_1/\bar{w})^2}, \quad \varphi = \frac{\zeta}{4}\,\frac{c_*}{K_1 - (w_1/\bar{w})^2}, \tag{9}$$

$$c_* = \frac{\bar{c} - c_1}{\bar{c} - c_C}. \tag{10}$$

Из условий передачи вещества в псевдоламинарный пограничный слой для изотермического режима имеем:

$$q_s = D(\mathrm{grad}\, c)_n = \frac{\lambda}{\delta}(c_1 - c_C) = \frac{D\tau_0}{\mu w_1}(c_1 - c_C), \tag{11}$$

$$c_* = \frac{K - (w_1/\bar{w})^2}{1 + (w_1/\bar{w})(2\mathrm{Pr}_g - (w_1/\bar{w}))}, \tag{12}$$

и, принимая для газа $\mathrm{Pr} \approx \mathrm{Pr}_g$, получаем для изотермического режима с учетом трения * в псевдоламинарном пограничном слое:

$$\varphi = \frac{\zeta}{4}\,\frac{\psi}{1 + (w_1/\bar{w})(2\mathrm{Pr} - (w_1/\bar{w}))} = \frac{0{,}079\,(1 - 106\,\mathrm{Re}^{-7/8})\mathrm{Re}^{-1/4}}{1 + 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8}(1{,}48 - 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8})}. \tag{13}$$

* Определяя ζ по Блазиусу.

Если предположить, что распределение скоростей по сечению канала остается практически неизменным для неизотермического (по сечению канала) режима, то уравнение (11) можно в первом приближении записать в следующем виде:

$$q_{s_T} = -D(\mathrm{grad}\, c)_n - \left(\frac{K_T \sum c_i + c}{T} \right) D(\mathrm{grad}\, T)_n, \tag{14}$$

или, учитывая, что при $c \ll \sum c_i$ $K_T = bc / \sum c_i$, приближенно имеем *:

$$q_{s_T} \approx -D\frac{c_1 - c_C}{\delta} - D(b+1)\frac{\bar{c}_1}{T_1}\,\frac{T_C - T_1}{\delta} = -\frac{D\tau_0 c_1}{\mu w_1}\left[1 + (b+1)\frac{T_C - T_1}{T_1}\right], \tag{15}$$

откуда, обозначая $f(T) = 1 + (b+1)\frac{T_C - T_1}{T_1}$, получаем при $c_C \approx 0$ (в диффузионной области):

$$\bar{c} = \frac{q_s \bar{w}\gamma}{2\tau_0 g}\left(\frac{\bar{w}^2 - w_1^2}{\bar{w}^2} + \frac{2\mu w_1 g}{\gamma D\bar{w} f(T)}\right), \tag{16}$$

и для неизотермического режима получим

$$\varphi_{(T)} \approx \frac{\zeta}{4}\,\frac{\psi}{1 + \frac{w_1}{\bar{w}}\left(\frac{2\Pr}{f(T)} - \frac{w_1}{\bar{w}}\right)} = \frac{0{,}079\,\mathrm{Re}^{-1/4}\left(1 - 106\,\mathrm{Re}^{-7/8}\right)}{1 + 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8}\left(\frac{1{,}48}{f(T)} - 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8}\right)}. \tag{17}$$

Так как для турбулентного режима можно не учитывать продольной диффузии, то уравнение (1) можно для неизотермического режима записать в следующем виде:

$$-\frac{d\bar{c}}{dz} = \tag{18}$$

$$= \frac{0{,}079\,\mathrm{Re}^{-1/4}\left(1 - 106\,\mathrm{Re}^{-7/8}\right)F_p\bar{c}}{1 + 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8}\left\{\frac{1{,}48}{1 + (1+b)\left[\frac{T_C}{T_C - (T_C - T_0)\exp(-\varphi F_p z)2{,}07\mathrm{Re}^{-1{,}8}} - 1\right]} - 2{,}07\,\mathrm{Re}^{-1/8}\right\}}.$$

Распределение концентрации кислорода по длине канала можно определить также, составляя уравнение баланса для элементарного участка канала. Допуская приближенно, что процесс переноса, определяемый для изотермического режима — φ (из уравнения (13), интенсифицируется дополнительным переносом вещества за счет неизотермичности в соответствии с уравнением (14), получим следующее дифференциальное уравнение

$$-\frac{dc}{dz} = \varphi F_p\bar{c} + \frac{(b+1)d}{\mathrm{Re}\Pr}F_p\bar{c}\,\frac{(\mathrm{grad}\,T)_n}{T}; \tag{19}$$

принимая φ независимым от z, получим:

$$-\ln c \approx \varphi F_p z + \frac{b+1}{2\Pr}F_p d\int\frac{(\mathrm{grad}\,T)_n}{\mathrm{Re}\,T}dz + c_{\mathrm{int}}. \tag{20}$$

* Σci — концентрация всех компонентов газа, c_1 — концентрация кислорода на границе псевдоламинарного слоя, а c_C — концентрация кислорода у поверхности углерода.

Считая распределение температур в псевдоламинарном пограничном слое линейным, имеем

$$(\mathrm{grad}\, T)_n = \frac{T_C - T_1}{\delta} = \frac{T_C - T_1}{\delta}\ \frac{w_1}{w}, \tag{21}$$

$$\frac{\delta}{d} = 52{,}5\,\mathrm{Re}^{-7/8}, \quad T = \frac{T_1 + T_C}{2} = \frac{2T_C - (T_C - T_0)\, e^{-\varphi F_p z}\,(w_1/\overline{w})}{2}, \tag{22}$$

$$-\ln c \approx \varphi F_p z + 0{,}05\, \frac{F_p}{\mathrm{Pr}\mathrm{Re}^{0,05}} \int \frac{(T_C - T_0)\, e^{-\varphi F_p z}\mathrm{Re}^{-1/4}}{T_C - 1{,}04\,(T_C - T_0)\,\mathrm{Re}^{-1/8} e^{-\varphi F_p z}}\, dz + c_{\mathrm{int}}. \tag{23}$$

Интегрируя (23) и учитывая, что при $z=0$ $c=c_0$, получим:

$$\frac{c_z}{c_0} \approx \exp\left[-\varphi F_p z - 1{,}25 \ln \frac{1 - 1{,}04\,\mathrm{Re}^{-1/8} e^{-\varphi F_p z}\left(1 - \dfrac{T_0}{T_C}\right)}{1 - 1{,}04\,\mathrm{Re}^{-1/8}\left(1 - \dfrac{T_0}{T_C}\right)}\right]. \tag{24}$$

Уравнение (24) позволяет рассчитать интенсивность расходования кислорода по длине горящего углеродного канала при неизотермических условиях*. Для практических расчетов φ в уравнении (24) определяется из уравнения (13). Сравнивая значения φ_T/φ из уравнений (17) и (13), полученных из более точного решения, с этим же отношением, определенным при данном значении $\varphi F_p z$ из приближенного уравнения (23), мы, как и следовало ожидать, получаем вполне удовлетворительное совпадение обоих решений для небольших величин $\Delta T = T_C - T_0$ до 800°.

При больших значениях ΔT приближенное решение, как и следовало ожидать, дает завышенные значения $\varphi_{(T)}$, поскольку в этом случае не учитывается, что суммарный перенос, интенсифицирующийся в псевдоламинарном пограничном слое за счет неизотермичности, будет несколько тормозиться почти полным отсутствием такой интенсификации в турбулентном ядре потока.

Для практических расчетов можно пользоваться с достаточной точностью уравнением (24). При значениях ΔT более 900° вместо коэффициента 1,25 во втором члене уравнения (24) следует брать коэффициент 0,9. Практическая проверка полученных для неизотермического горения углеродного канала уравнений затруднена отсутствием необходимых экспериментальных данных.

Бюро по применению кислорода
Министерства черной металлургии СССР

Поступило
22 XII 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] З. Ф. Чуханов, ДАН, 62, № 3 (1948). [2] З. Ф. Чуханов, ДАН, 43, № 7 (1944).

* Как уже отмечалось, это уравнение справедливо для неизотермического режима только в том случае, когда распределение скоростей по сечению канала практически мало отличается от распределения при изотермическом режиме. Это положение практически справедливо, видимо, только при больших значениях Re.