

С. А. ЖЕВАКИН

## АВТОКОЛЕБАНИЯ ИОНИЗИРОВАННОГО ВОДОРОДНОГО СЛОЯ КАК ПРИЧИНА ПЕРЕМЕННОСТИ ЦЕФЕИД

(Представлено академиком А. А. Андроновым 13 VII 1948)

1. В настоящее время отсутствует удовлетворительное объяснение причины звездной переменности типа Цефеид\*. Здесь имеется в виду указать механизм поддержания автоколебаний Цефеид, связанный с гравитационной неустойчивостью\*\* равномерного состояния шарового звезды, находящегося в состоянии критической ионизации<sup>(6)</sup>. Для Солнца и других звезд главного ряда толщина ионизированного слоя ничтожно мала, составляя, по Унсольту, 300—500 км. Иначе обстоит дело у звезд ветви гигантов, отличительной структурной особенностью которых является малый температурный градиент в периферических слоях звезды. Так, для красных гигантов, если воспользоваться вычислениями А. Г. Масевич<sup>(8)</sup> и принять температурный интервал ионизации  $5000^\circ$ , толщина ионизированного слоя составляет  $\frac{1}{20} - \frac{1}{10}$  радиуса звезды, а его масса  $10^{-4} - 10^{-5}$  массы звезды\*\*\*.

Теплоемкость ионизированного газа очень велика и поэтому  $\gamma = -c_p/c_v \cong 1$ . Но при  $\gamma < 4/3$  ионизированный слой не может находиться в устойчивом статическом состоянии; пусть, например, он „падает“ по направлению к центру звезды. При этом он нагревается

\* Гипотеза возникновения неустойчивости благодаря раскачивающему действию энергии термоядерных реакций, протекающих в центре звезды, неудовлетворительна уже потому, что неустойчивость появляется лишь при очень высокой относительной роли светового давления, соответствующей массам звезд  $\sim 100 M_\odot$ <sup>(1)</sup>, тогда как массы Цефеид  $\sim 10 M_\odot$ . Кроме того, возникающие при этом автоколебания как дискретной<sup>(2)</sup>, так, повидимому, и распределенной модели должны были бы иметь величину амплитуды, во много раз превышающую наблюдаемую. Попытки<sup>(3-5)</sup> связать колебания Цефеид с существованием ионизированной зоны и конвективными токами не дают удовлетворительного объяснения механизма поддержания колебаний.

\*\* Равновесное состояние газового шара или слоя при  $\gamma < 4/3$  неустойчиво и, в зависимости от степени нагретости, будет происходить сжатие или расширение газа, так как его упругость недостаточна для уравновешивания сил гравитации; такого рода неустойчивость мы будем называть гравитационной (иногда ее называют «динамической неустойчивостью»<sup>(7)</sup>).

\*\*\* Несмотря на то, что результаты А. Г. Масевич представляются неудовлетворительными в том отношении, что приводят к изотермическому ядру, неспособному держать на себе внешние слои звезды, они должны хорошо отражать интересующее нас состояние наружных слоев, поскольку при интегрировании уравнений равновесия она отправлялась от условий на внешней границе звезды. В вычислениях Масевич содержание водорода было принято равным 35% и не учитывался эффект ионизации; в действительности водорода, вероятно, много больше, однако это не должно сказаться на порядке толщины ионизированной зоны, оцениваемой на основании расчета Масевич.

и полностью ионизируется, приобретая таким образом свойства обычного одноатомного газа ( $\gamma=5/3$ ), после чего, благодаря действию силы упругости, должен начать двигаться в обратную сторону, и т. д. Мы покажем на дискретной модели, что при некоторых условиях этот механизм должен привести к возникновению автоколебаний слоя.

2. Предполагая радиальную симметрию колебаний слоя<sup>(3)</sup>, для упрощения задачи распространим ионизированный слой на всю звезду, т. е. рассмотрим дискретную модель, которую будем строить аналогично модели заметки<sup>(2)</sup> и в тех же обозначениях, что позволит нам на этот раз быть более краткими в изложении\*. Будем иметь (см. уравнение (1) заметки<sup>(2)</sup>)

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = -Kg \frac{M^2}{r^2} + \frac{3MR}{\mu} \frac{T}{r}. \quad (1)$$

Предположим, что в единицу времени газовой сфере сообщается тепловая энергия  $\varepsilon = \varepsilon_0 r^\alpha T^\beta$  (соответствующая поступающей в слой из внутренней части звезды энергии\*\*) и что ею отдается через лучеиспускание энергия  $L = L_0 r^n T^m$  (соответствующая энергии, отдаваемой слоем в наружную часть звезды). Согласно первому началу термодинамики,  $\varepsilon - L = c_v M \frac{dT}{dt} + p 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ , откуда, переходя к переменным  $r, T$ :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_v M} (\varepsilon_0 r^\alpha T^\beta - L_0 r^n T^m) - 3(\gamma - 1) \frac{T}{r} \frac{dr}{dt}. \quad (2)$$

(1) и (2) представляют собой уравнения движения рассматриваемой дискретной модели. При соответствующих обычным законам звездной непрозрачности значениях  $\alpha, \beta, n, m$  и  $\gamma = \gamma_0 > 4/3$  они описывают затухающий колебательный процесс. Нашей задачей является показать, что при тех же самых  $\alpha, \beta, n, m$ , но переменном  $c_v$ , определяемом состоянием ионизированного слоя, эти уравнения допускают предельный цикл, т. е. описывают автоколебательный процесс. Полагая в (1) и (2)  $d^2 r/dt^2 = dr/dt = dT/dt = 0$ , найдем условия, определяющие, как легко видеть, единственное состояние равновесия системы  $r_0, T_0$ . Ионизация газа зависит главным образом от температуры и в гораздо меньшей степени от его плотности; для простоты мы будем принимать во внимание только зависимость от температуры и считать, что при  $T > T_0 + \Delta T$  газ полностью ионизирован, а при  $T < T_0 - \Delta T$  происходит полная рекомбинация ионов. Примерный вид зависимости

$$\gamma = \gamma(T) \quad (3)$$

представлен на рис. 1<sup>(9)</sup>; вблизи  $T = T_0$   $\gamma(T) < 4/3$ .

Как и в заметке<sup>(2)</sup>, систему уравнений (1), (2) будем трактовать как близкую к нелинейной консервативной системе\*\*\*

\* Выводы настоящей заметки оказались бы теми же самыми, если бы мы рассмотрели усложненную дискретную модель звезды с двумя степенями свободы, соответствующую газовой сфере с  $\gamma = 5/3$ , окруженной оболочкой из наполовину ионизированного газа.

\*\* Поскольку время тепловой релаксации звезды много больше периода ее колебаний, для рассмотрения автоколебаний, связанных с наличием водородного слоя, вопрос о природе источников энергии внутренней части звезды несущественен.

\*\*\* В действительности колебания сильно отклоняются от адиабатных (см. § 3), и предположение о близости систем (1), (2) и (4) используется здесь только как эвристический расчетный прием. Можно предполагать, опираясь на термодинамические рассуждения, что полученные таким путем выводы справедливы и при отсутствии близости систем (1), (2) и (4).

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = -K g \frac{M^2}{r^2} + \frac{3MR}{\mu} \frac{T}{r}, \quad \frac{dT}{dt} = -3(\gamma-1) \frac{T}{r} \frac{dr}{dt}, \quad (4)$$

где  $\gamma$  определяется с помощью (3). Система (4) имеет то же самое состояние равновесия  $r_0, T_0$ , что и система (1), (2). Так как при  $T=T_0$   $\gamma < 4/3$ , то это состояние является гравитационно неустойчивым, оно будет типа седла. Кроме него, как нетрудно усмотреть, у системы (4) имеются еще два состояния равновесия  $r_1, T_1$  и  $r_2, T_2$  типа центра, причем  $r_1 < r_0 < r_2, T_1 > T_0 > T_2$ ; фазовый портрет системы (4) в координатах  $r, dr/dt$  изображен на рис. 2, а. На рис. 2, б. представлены две типовые кривые, изображающие величину  $\varepsilon - L$ , полученные для двух рядов частных значений:  $\alpha=0, \beta=0, n=3, m=2(I)$  и  $\alpha=0, \beta=0, n=4, m=3(II)$  с помощью уравнений (4). Вертикальные пунктирные линии обозначают границы зоны ионизации.

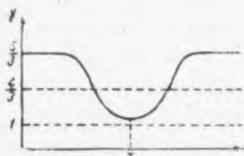


Рис. 1

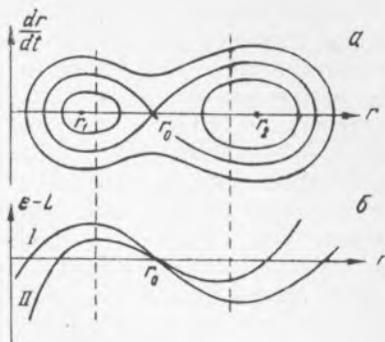


Рис. 2

Приведем соображения, свидетельствующие в пользу осуществления в реальных условиях теплопередачи по кривой *I*. Пусть ионизированный слой звезды находится в среднем положении, соответствующем тепловому равновесию (этому положению отвечают  $r=r_0, T=T_0$  нашей дискретной модели). При сжатии звезды температура слоя, благодаря затрате энергии на ионизацию, будет увеличиваться медленнее, чем температура внутреннего прилегающего к нему газа с  $\gamma=5/3$ , что должно привести к увеличению температурного градиента и усиленному притоку тепла в слой из внутренней части звезды; напротив, теплоотдача слоя во вне по причине его пониженной температуры будет преуменьшена. Таким образом, при сжатии ( $r < r_0$ ) должно быть  $\varepsilon - L > 0$ . Из аналогичных соображений вытекает, что при расширении ( $r > r_0$ )  $\varepsilon - L < 0$ , откуда и следует наше утверждение относительно кривой *I*.

Можно показать методом теории возмущений, аналогичным примененному в (2), что если теплоотдача осуществляется по кривой *I*, то одна из охватывающих все три состояния равновесия замкнутых траекторий консервативной системы (4) породит предельный цикл для системы (1), (2). Наличие автоколебаний в этом случае вполне понятно с термодинамической точки зрения: при не слишком больших амплитудах колебаний во время сжатия тепло будет поступать в систему, во время расширения — отдаваться, что и составляет необходимое условие работы всякой термодинамической машины. Если теплоотдача осуществляется по кривой *II*, то в момент сжатия тепло будет теряться системой, в момент расширения приобретаться. В этом случае ни одна из траекторий консервативной системы (4) не в состоянии породить близкого к ней предельного цикла.

3. В какой степени предлагаемый нами механизм поддержания колебаний позволяет истолковать установленные для Цефеид закономерности и их место на диаграмме Рессела?

В первую очередь становится понятным, что переменность может обнаруживаться только у звезд ветви гигантов, обладающих обширной ионизированной зоной; звезды главного ряда, не имеющие такой зоны, не могут совершать колебания заметной амплитуды. Так как амплитуда колебаний должна быть порядка толщины слоя, то мы получаем согласие с наблюдаемой величины амплитуды  $\sim \frac{1}{20}$  радиуса звезды. Зная размеры ионизированной зоны, легко оценить ее внутреннюю энергию; она оказывается сравнимой с энергией, теряемой звездой за период при колебаниях. Поэтому колебания сильно отклоняются от адиабатных; наибольшая отдача энергии происходит не в момент максимального сжатия звезды, а позднее, во время прохождения температурного интервала рекомбинации, и известное затруднение со сдвигом фаз между блеском и радиальной скоростью получает качественное объяснение.

Данное выше рассмотрение колебаний ионизированного слоя с помощью дискретной модели основывалось на априорном допущении радиальности колебаний слоя. Между тем число Рейнольдса такого крупномасштабного движения, как рассматриваемые пульсации, очень велико, и поэтому радиальные колебания слоя должны быть неустойчивы. Можно предположить, однако, что собственные радиальные колебания ядра звезды устойчивы и что в случае близости их периода к периоду гравитационных колебаний слоя они окажут синхронизирующее действие на колебания отдельных частей слоя, в результате чего последние станут синфазными, т. е. радиальными. Оба периода определяются структурой звезды; можно предположить\*, что условие близости периодов выделяет на диаграмме Рессела полосу звезд, способных совершать радиальные автоколебания, и устанавливает тем самым соотношение период — светимость и период — спектр.

Однако фактическое проведение соответствующих вычислений в настоящее время затруднительно как из-за громоздкости, так и из-за отсутствия необходимых сведений о структуре звезд гигантов, и пока нельзя судить о степени совпадения получаемой таким образом полосы звезд с действительно наблюдаемым расположением Цефеид на диаграмме Рессела.

Горьковский исследовательский  
физико-технический институт  
Горьковского государственного университета

Поступило  
6 VII 1948

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> P. Ledoux, *Astrophys. J.*, **94**, 537 (1941). <sup>2</sup> С. А. Жевакин, ДАН, **58**, 385 (1947). <sup>3</sup> L. Biermann, *Z. Astrophys.*, **5**, 117 (1932). <sup>4</sup> H. Siedentopf, *Astron. Nachricht.*, **247**, 305 (1932). <sup>5</sup> A. S. Eddington, *Monthly Notices R. A. S.*, **101**, 182 (1941); **102**, 154 (1942). <sup>6</sup> A. Unsöld, *Z. Astrophys.*, **1**, 138 (1931); **2**, 209 (1931). <sup>7</sup> J. H. Jeans, *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge, 1929, p. 123. <sup>8</sup> А. Г. Масевич, *Вестн. Моск. ун-та*, № 2, 147 (1947). <sup>9</sup> A. Unsöld, *Physik der Sternatmosphären*, Berlin, 1938, S. 382. <sup>10</sup> В. Калинин, *Дециметровые волны*, М., 1935, стр. 44.

\* Аналогичные явления, хорошо исследованные экспериментально, известны в области радиоколебаний; так, колебания Баркгаузена Курца (<sup>10</sup>) осуществляются лишь в случае близкого совпадения собственного периода колебаний электрона в лампе с периодом одного из обертонов подсоединенной лехеровой системы. В этом случае, благодаря синхронизирующему воздействию последней, возникает синфазное движение электронов в лампе.