

Е. Н. ЛЮСТИХ

УСЛОВИЯ ПОДОБИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

(Представлено академиком О. Ю. Шмидтом 11 XII 1948)

Критерии подобия при моделировании физических явлений изучаются уже давно; особенно большие успехи в этой области достигнуты советской наукой. Однако теория подобия разрабатывается преимущественно в соответствии с потребностями теплотехники и аэрогидродинамики. Вопросы моделирования тектонических процессов затрагиваются довольно редко. Надо заметить, что математическая сторона проблемы в этом случае не требует особой разработки. Соответствующие формулы могут быть непосредственно заимствованы из исследований по теории подобия общего характера или даже специализированных в иных направлениях^(2,3). Но для тектонофизических опытов, помимо установления численных масштабов моделирования, особенно важно выявление тех специфических трудностей и возможных источников ошибок, которые свойственны именно такого рода экспериментам.

С этой точки зрения ни одно из опубликованных исследований нельзя признать удовлетворительным. В статье Губерта⁽⁴⁾, например, вопреки заглавию, о геологическом эксперименте говорится очень мало, а то, что сказано, сводится к перечислению критериев, известных из общей теории подобия. Б. Л. Шнеерсон⁽⁵⁾ не использует даже всех возможностей общей теории. Есть интересные работы по моделированию применительно к нуждам строительного и горно-рудного дела⁽⁶⁾, но здесь условия отличны от условий тектонофизического эксперимента.

В настоящей статье мы приводим в наиболее удобном виде необходимые математические критерии и пытаемся в самой краткой форме перечислить те трудности, которые возникают при моделировании тектонических процессов. Разумеется, наше исследование ни в малейшей мере не претендует на полноту: это лишь первая попытка, которая, как мы надеемся, хоть немного поможет сдвинуть дело с мертвой точки.

Физические свойства слагающих земную кору пород в условиях естественного залегания сложны, мало изучены, а для больших глубин залегания, в сущности, неизвестны. Поэтому точное подобие в геологическом эксперименте невозможно, и речь может идти лишь о той или иной степени приближения.

Мы будем считать, что: а) параметры, определяющие механические свойства этих пород, имеют размерность либо напряжения, либо вязкости; б) в процессах складкообразования основную роль играют вязкие, а не упругие свойства⁽¹⁾.

Обозначим: λ — масштаб моделирования для длин, τ — то же для времени, ρ — для плотностей, σ — для напряжений, φ — для сил, γ — для ускорения силы тяжести, η — для вязкостей.

Если в процессе участвуют напряжения, создаваемые весом пород, то условие а), вообще говоря, требует, чтобы

$$\gamma = \lambda/\tau^2, \quad (1)$$

$$\sigma = \rho\gamma\lambda, \quad (2)$$

$$\eta = \sigma\tau. \quad (3)$$

Если не прибегать к центрифугированию модели, то $\gamma = 1$. Возможные вариации плотностей в сравнении с масштабами моделирования других величин настолько ничтожны, что в первом приближении можно положить $\rho = 1$. Отсюда получаем

$$\lambda = \sigma = \tau^2, \quad (4)$$

$$\eta = \tau^3. \quad (5)$$

При моделировании геологических процессов удовлетворить этим условиям практически невозможно (6).

Однако, при ничтожных ускорениях и больших вязкостях участвующих в геологических процессах пород, мы смело можем пренебречь инерционными явлениями (если, конечно, не включать в рассмотренные разрывы и разломы). Тогда условие (1) отпадает, и можно задать λ и τ независимо друг от друга. Для остальных величин, считая по-прежнему

$$\rho = \gamma = 1, \quad (6)$$

получаем

$$\sigma = \lambda, \quad (7)$$

$$\varphi = \lambda^3, \quad (8)$$

$$\eta = \lambda\tau. \quad (9)$$

Если для λ принять значения от 10^{-3} (10 м в см) до 10^{-6} (10 км в см), а для τ от 10^{-9} (порядка 100 тысяч лет в час) до 10^{-11} (порядка 10 миллионов лет в час), то для η получим значения от 10^{-12} до 10^{-17} . Так как для горных пород в их естественном залегании, повидимому, можно ожидать вязкость от 10^{14} до 10^{21} (5,7) в зависимости от температуры и давления, то в большинстве случаев, вероятно, будет не так уж трудно подобрать для модели вещество с нужной вязкостью. Но нельзя забывать при этом, что для модели в отношении σ должны быть уменьшены и модуль Юнга, и модуль сдвига, и все предельные напряжения (предел упругости, предельное напряжение сдвига и т. д.). Период релаксации должен быть уменьшен в τ раз, а если для участвующего в процессе вещества характерна какая-либо критическая скорость деформации (точнее, градиент скоростей), то для нее необходимо соблюсти масштаб моделирования $1/\tau$. Как видим, подбор нужных веществ даже для сравнительно простой модели — дело нелегкое.

Можно думать, однако, что во многих случаях допустимо будет пойти на еще большие упрощения. Так например, если действующие напряжения изменяются медленно в сравнении со скоростью релаксации напряжений в процессе релаксации, то для модуля сдвига и периода релаксации можно ограничиться требованием, чтобы произведение этих величин имело масштаб вязкости, не фиксируя масштаба для каждой величины в отдельности. Если есть основания полагать, что в натуре действующие напряжения повсеместно во много раз превосходят предельные напряжения, то и для модели достаточно ограничиться требованием, чтобы предельные напряжения были малы в сравнении с действующими. В этом случае мы, в сущности, огра-

ничиваемся моделированием вязких свойств, соответственно пункту б) наших условий.

Если породы, непосредственно участвующие в изучаемой деформации, не слишком сильно различаются по плотности, то их вес не будет создавать заметных дифференциальных напряжений (стрессов); если при этом они сами или окружающая среда обладают достаточно малой вязкостью или рассматривается сравнительно небольшой объем на большой глубине, то и вышележащие породы будут создавать своим весом лишь равномерное гидростатическое давление. Такое давление может изменить механические свойства пород, но, помимо изменения свойств, ничем больше повлиять на деформацию не может. Поэтому, если при выборе веществ для модели учесть соответствующее изменение свойств, то воспроизводить на модели гидростатическое давление в определенном масштабе нет надобности. При этом условие (7) отпадает и, помимо очевидного условия

$$\varphi = \lambda^2 \sigma, \quad (10)$$

остается обязательным лишь условие

$$\eta = \sigma \tau. \quad (11)$$

Таким образом, кроме λ и τ , мы можем независимо задать еще и третий масштаб, например σ или η .

Очевидно, что в этом случае моделирование значительно облегчается. Однако и тут нельзя забывать, что все механические константы одной и той же размерности должны иметь одинаковый масштаб моделирования.

Весьма вероятно, что возможны и еще какие-либо упрощения. Вместе с тем, трудности моделирования не исчерпываются указанными выше. Так например, если мы хотим воспроизвести процесс, при котором поверхность Земли не остается горизонтальной, то на модели необходимо снизить атмосферное давление в масштабе σ или, по крайней мере, настолько, чтобы оно было достаточно мало в сравнении со всеми остальными напряжениями.

Во всех случаях модель будет иметь конечные размеры, и граничные условия на ее периферии не будут совпадать с природными. Чтобы это не сказалось на результатах опытов, придется, очевидно, либо применить, если окажется возможным, особые способы закрепления краев и дна модели, дающие эффект, эквивалентный природным условиям, либо охватывать моделированием значительно больший участок, и производить измерения лишь в средней части такой расширенной модели. Еще более сложной и трудной явится задача создать в модели силы, по способу своего воздействия на вещество модели достаточно сходные с природными тектоническими силами.

Механические свойства горных пород, по всей видимости, изменятся в самом процессе складчатости (1). Наверяд ли возможно создать модель, в которой эти свойства изменялись бы соответственным образом; придется, очевидно, моделировать каждый этап складчатости отдельно. В иных случаях, быть может, окажется целесообразным пойти еще дальше по пути расчленения процесса на отдельные элементы или даже просто провести ряд опытов для выяснения физических закономерностей изучаемого процесса и воссоздать затем картину всего процесса дедуктивно.

При изучении тектонических явлений методами математической физики соответствующим образом построенные модели могли бы, вероятно, привлекаться для численного решения тех уравнений, которые затруднительно было бы решить другим путем.

Все вышеизложенное применимо в том случае, если есть хотя бы приближенные данные о механических свойствах пород земной коры. Однако, как уже было упомянуто, часто мы не располагаем даже и такими неточными сведениями. В этом случае можно попытаться пойти обратным путем: опытами на моделях установить те значения механических констант, при которых получаются результаты, подобные наблюдаемым в природе, и затем перечислить их к натуральному масштабу. Наверяд ли, впрочем, такой путь приведет к однозначному решению задачи. Вероятно, удастся определить лишь пределы, ограничивающие упомянутые константы и в некоторых случаях, быть может, их функциональную связь. Не следует, однако, недооценивать важность даже такого рода сведений. Пользуясь ими, можно увереннее вести пробные расчеты и моделирование для других, более сложных явлений. Можно надеяться также, что в некоторых случаях сопоставление их с геофизическими данными позволит сделать некоторые новые заключения о физических процессах в земной коре.

Помимо искусственного моделирования, очень интересен и важен вопрос об условиях подобия больших и малых тектонических форм в природе. Здесь опять надо различать два случая. Если вес пород участвует в создании дифференциальных напряжений, то равенство (7) указывает соотношение упругих свойств, а равенство (9)—соотношение вязких свойств сравниваемых участков земной коры, необходимое для осуществления подобия. Если тут и там породы одни и те же, т. е.

$$\eta = \sigma = 1, \quad (12)$$

то подобие больших и малых форм возможно, очевидно, лишь при условии, что упругие явления не играют существенной роли и ими можно пренебречь. Тогда из (9) получаем

$$\tau = 1/\lambda. \quad (13)$$

Условие (7) для внешних (тектонических) воздействий остается в силе.

Если вес пород создает лишь гидростатическое давление, то требуемое соотношение масштабов для упругих и вязких параметров определяется уравнением (11). Условие (12) в этом случае дает $\tau = 1$. Отсюда получаем чрезвычайно важный вывод: в тождественной тектонической обстановке * подобие осуществляется автоматически. В частности, это обозначает, что при прочих равных условиях линейные размеры складок должны быть пропорциональны мощностям слоев, слагающих складчатую толщу. Приблизительно такая закономерность в природе, действительно, наблюдается, но теоретически для общего случая упруго-вязкой среды она, насколько нам известно, до сих пор никем не была доказана.

Геофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
6 XII 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Белоусов, при участии И. В. Кирилловой, Н. А. Розановой и А. В. Горячева, Бюлл. Московск. об-ва испытат. природы, отд. геол., 22 (3) (1947). ² А. А. Гухман, Физические основы теплопередачи, 1, Теория подобия и ее приложения, Л.—М., 1934. ³ А. А. Ильюшин, Уч. зап. Московск. гос. ун-та, в. 39, Механика, М. (1940). ⁴ Г. И. Покровский и И. С. Федоров, Моделирование прочности грунтов, М.—Л., 1939. ⁵ П. Н. Тверской, Курс геофизики, ч. 1, изд. 2-е, Л.—М., 1932. ⁶ Б. Л. Шнейерсон, Тр. Ин-та теорет. геофизики АН СССР, 3 (1947). ⁷ Handb. Phys. Constants, Geol. Soc. Am., Special Paper, № 36, 1942. ⁸ M. K. Hubbert, Bull. Geol. Soc. Am., 48, № 10 (1937).

* Т. е., если механические свойства пород и напряжения, создаваемые внешними силами, тождественны в сходственных точках пространства и тождественно изменяются во времени.