

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Г. В. УЖИК

ОБ ЕДИНСТВЕ УСЛОВИЙ ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

(Представлено академиком Е. А. Чудаковым 29 XI 1948)

1. Для выяснения условий перехода материала к предельным деформированным состояниям при плоской и пространственной системе напряжений предложено большое число так называемых теорий или условий прочности и пластичности (<sup>1,2</sup>).

Все они могут быть отнесены к двум принципиально различным группам: к первой группе — основанные на наибольшем нормальном напряжении  $\sigma_1$  при  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  (Ляме, Ранкин и др.) или наибольшем удлинении; ко второй — все те, в которых нарушение прочности объясняется действием наибольших касательных напряжений (Кулон, Сен-Венан, Генки — Мизес и др.).

Вопрос о том, насколько оправдано подобное противопоставление наибольших напряжений, до последнего времени оставался невыясненным. Многочисленные экспериментальные проверки (<sup>1-3</sup>) подтвердили эти условия для первой группы лишь на хрупких материалах и для второй — на пластичных. Однако вывод о том, что эти результаты как бы подтверждают целесообразность отмеченного выше противопоставления наибольших напряжений в условиях прочности и пластичности был бы преждевременным ввиду полного отсутствия исследований при всестороннем растяжении. Такой вывод противоречил бы также фактам хрупкого разрушения пластичных металлов и вязкого разрушения хрупких материалов.

2. Мы полагаем, что в основе перечисленных и других недостатков известных условий пластичности и прочности лежит одна и та же причина. Она заключается в том, что до сего времени (несмотря на многовековую историю теории прочности) при выяснении условий перехода к предельному состоянию не учитывалась одна из главных характеристик прочности материала — его сопротивление отрыву, т. е. способность противостоять разрушению при упругой деформации. Это важнейшее свойство материала не учитывается ни одной из современных теорий пластичности, а также и в инженерных расчетах.

Между тем, уже сама двойственность природы нормальных и касательных напряжений указывает на естественное существование различного противодействия одного и того же материала этим напряжениям, т. е. на его сопротивление разрушению от сдвига под действием напряжений касательных и сопротивление разрушению от отрыва под действием напряжений нормальных.

Существование способности материала разрушаться при упругой деформации видно также из простого рассмотрения какого-либо из

условий пластичности, хорошо подтверждаемого опытами, как, например, условия Кулона — Сен-Венана:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s,$$

где  $\sigma_s$  — предел текучести при простом растяжении.

Это условие может выполняться неограниченно лишь при всестороннем сжатии ввиду несжимаемости многих материалов. Но совершенно очевидно, что при всестороннем растяжении увеличение каждого из напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  при сохранении постоянной разности  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$  не может быть беспредельным. В какой-то момент напряжение  $\sigma_1$  превысит прочность материала и произойдет хрупкое разрушение при упругой деформации.

С помощью разработанной нами теории и методики эту новую характеристику прочности можно легко определять у многих металлов (4).

Определение сопротивления отрыву  $R_\sigma$  производится в условиях всестороннего неравномерного растяжения, создаваемого при растяжении цилиндрического образца с круговой выточкой, надлежащим образом выбранной и нанесенной. Величина наибольшего разрушающего нормального напряжения находится из рассмотрения упруго-пластического состояния в момент разрушения. Однако не при всяком разрушении образца с такой выточкой возможно определение  $R_\sigma$ , а лишь при таком, которое удовлетворяет необходимым условиям (4).

Установленная этим методом величина  $R_\sigma$  для ряда сталей оказалась весьма значительной, в несколько раз превышающей сопротивление сдвигу при простом растяжении. Так, для хромоникелевой стали Э-16:  $\sigma_s = 110,0$ ,  $\sigma_B = 140,0$ ,  $R_\sigma = 340,4$  кг/мм<sup>2</sup>, для среднеуглеродистой стали 45 в нормализованном состоянии:  $\sigma_s = 38,0$ ,  $\sigma_B = 65,0$ ,  $R_\sigma = 130,0$  кг/мм<sup>2</sup>; у железа „армко“:  $\sigma_s = 18,0$ ,  $\sigma_B = 32,0$ ,  $R_\sigma = 70,0$  кг/мм<sup>2</sup>.

3. Располагая данными о сопротивлении отрыву, мы можем исключить отмеченное выше противопоставление наибольшего нормального напряжения касательному, или наоборот, и написать следующие условия прочности и пластичности, по крайней мере для двух (из трех возможных) деформированных предельных состояний: сдвига и хрупкого разрушения, происходящего при упругой деформации (от отрыва):

для сдвига:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s, \quad \sigma_1 < R_\sigma; \quad (1)$$

для хрупкого разрушения при упругой деформации (от отрыва):

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_s, \quad \sigma_1 = R_\sigma. \quad (2)$$

Для сдвига здесь может быть использовано как условие пластичности Сен-Венана, так и Генки — Мизеса. Условия (1) и (2) показывают, что привлечение еще одной важнейшей характеристики прочности — сопротивления отрыву — позволяет установить синтез так называемых теорий прочности и, в частности, связать считавшиеся наиболее контрастными из них: первую теорию прочности Ренкина — Ляме и третью теорию прочности, воспроизводящую уже приводимое выше условие пластичности Сен-Венана. В самом деле, условия (1) и (2) не позволяют приписать какому-либо одному напряжению — наибольшему нормальному или же наибольшему касательному — ответственность за переход материала к пластическим деформациям или за его разрушение. Напротив, оно указывает, что любой мате-

риал в одних условиях может быть разрушен хрупко, без предшествующей пластической деформации — под действием наибольшего нормального напряжения (т. е. будет удовлетворять условию прочности Ренкина — Ляме), и тот же материал в других условиях может быть приведен в состояние значительных пластических деформаций под действием наибольших касательных напряжений, т. е. удовлетворяет условию пластичности Сен-Венана или третьей теории прочности. Весь вопрос в том, какое сопротивление — отрыву или сдвигу — преодолевается первым в данных условиях нагружения.

Иллюстрацией указанного синтеза первой (Ренкин — Ляме) и третьей (Сен-Венан, Кулон, Мор и др.) теорий прочности может служить полученный нами результат, приведенный на рис. 1, где показана поверхность разрушения пластичного металла (среднеуглеродистая сталь "45) в условиях трехмерного напряженного состояния.

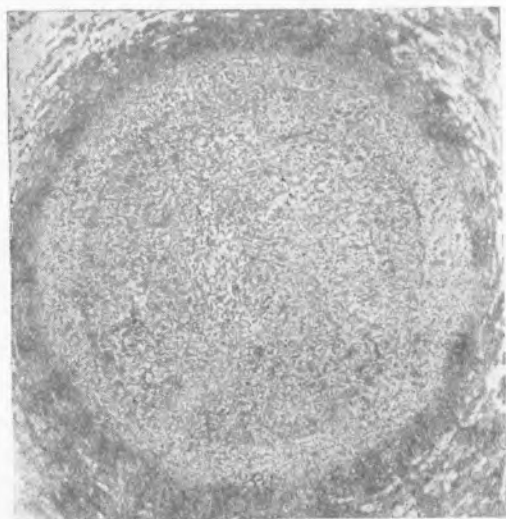


Рис. 1. Поверхность излома образца с круговой выточкой, разрушенного при растяжении (среднеуглеродистая сталь)

Как видно, поверхность разрушения состоит из двух зон: хрупко-разрушенной сердцевины, под действием наибольшего нормального напряжения (условие (2)), и вязко-разрушенной оболочки, под действием наибольшего касательного напряжения (условие (1)).

Этот результат, иллюстрирующий способность одного и того же материала разрушаться как под действием наибольших нормальных напряжений, так и под действием наибольших касательных, в зависимости от условий нагружения, подтверждает единство теорий прочности применительно к двум предельным состояниям: сдвигу и хрупкому разрушению при упругих деформациях.

Что же касается вопроса об условиях перехода к третьему предельному состоянию — вязкому или хрупко-вязкому разрушению, которому всегда предшествует сдвиг и пластические деформации большей или меньшей величины, то в настоящее время этот вопрос совершенно не выяснен.

Для его выяснения должна быть установлена зависимость предельного напряжения  $\sigma_k$  при вязком или хрупко-вязком разрушении от соотношения  $\tau_{\max}/\sigma_1$  между наибольшим касательным и наибольшим нормальным напряжениями, т. е. от характера напряженного состояния.

Условие вязкого или хрупко-вязкого разрушения имеет вид:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_s, \quad R_\sigma > \sigma_1 \geq \sigma_n. \quad (3)$$

В настоящее время ясно лишь то, что крайними пределами  $\sigma_k$  являются сопротивление отрыву  $R_\sigma$  (верхний предел) и сопротивление разрушению при всестороннем сжатии (нижний предел).

Поступило  
24 XI 1948

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. А. Ильюшин, Пластичность, 1948, стр. 57—80. <sup>2</sup> А. Надаи, Пластичность, 1936, стр. 54—111. <sup>3</sup> J. M a g i n, Mechanical Properties of Materials and Design, 1942, p. 65—76. <sup>4</sup> Г. У ж и к, Изв. АН СССР, ОТН, № 10 (1948).