

Г. Т. ЗАЦЕПИН

### КАСКАДНЫЕ КРИВЫЕ ДЛЯ СВИНЦА

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 30 IX 1948)

В работах С. З. Беленького<sup>(1,2)</sup> даны основы каскадной теории для тяжелых элементов с учетом зависимости эффективного сечения  $\sigma$  поглощения фотонов от их энергии  $E$ , а также с учетом поправки на рассеяние. Были вычислены следующие величины:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt}, \quad \bar{t}^2 = \frac{\int_0^{\infty} t^2 N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt}, \quad (1)$$

где  $N(t)$  — полное число заряженных частиц в зависимости от  $t$  — глубины, выраженной в радиационных единицах.

Из соображений, основанных на законе сохранения энергии, следует также:

$$\int_0^{\infty} N(t) dt = \frac{E_0}{\beta}, \quad (1')$$

где  $E_0$  — энергия первичной частицы, создающей ливень, а  $\beta$  — ионизационные потери, которые предполагаются не зависящими от энергии ( $\beta = 6,4 \cdot 10^6$  eV). Полученные выражения справедливы для любой формы зависимости  $\sigma(E)$ .

При  $E_0/\beta \gg 1$  можно связать величины, определенные формулами (1) и (1'), с величиной и положением максимума каскадной кривой. Оказывается, что:

$$t_m = \bar{t}, \quad N_m = \frac{E/\beta}{\sqrt{2\pi(\bar{t}^2 - t^2)}},$$

где  $t_m$  — глубина, соответствующая максимуму лавины, а  $N_m$  — число частиц в максимуме.

Ввиду практической необходимости знания этих величин для истолкования экспериментов по космическим лучам, мы провели вычисления  $\bar{t}(E_0)$  и  $\bar{t}^2(E_0)$  для свинца как с учетом поправки на рассеяние, так и без нее.

Для малых энергий падающего электрона роль рассеяния становится столь существенной, что его уже нельзя учитывать в виде поправки, и соответствующих вычислений нами проведено не было. Зависимость  $\sigma(E)$  была взята согласно таблице, приведенной у Гайтлера (3). Полученные данные приводятся в табл. 1.

Таблица 1

$E_0$		$2,8 \cdot 10^6$	$5,6 \cdot 10^6$	$1,1 \cdot 10^7$	$1,7 \cdot 10^7$	$2,8 \cdot 10^7$	$10^8$	$3 \cdot 10^8$	$10^9$	$10^{10}$	$10^{11}$
Без учета рассеяния	$\bar{t}$	0,53	1,21	2,15	2,72	3,44	4,84	6,03	7,29	9,60	11,90
	$\bar{t}^2 - \bar{t}^2$	2,94	7,43	11,3	13,0	14,4	17,9	20,4	22,8	26,9	31,1
С учетом рассеяния	$\bar{t}$	—	—	—	1,84	2,72	4,25	5,55	6,86	9,20	11,54
	$\bar{t}^2 - \bar{t}^2$	—	—	—	7,5	10,5	15,0	18,3	21,0	25,4	29,8

Полученные значения  $\bar{t}$  и  $\bar{t}^2$  были использованы для построения каскадных кривых. С этой целью каскадная кривая аппроксимировалась функцией следующего вида:

$$N(t) = (1 + \beta) e^{\alpha t^{1/2} - \gamma t} - \beta e^{-2\gamma t}, \quad (2)$$

где первый член является основным, второй же играет роль поправки. Произвольные параметры  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  подбирались таким образом, чтобы были выполнены условия (1) и (1').

Вследствие того, что принятый вид аппроксимации удовлетворителен лишь для достаточно больших энергий, вычисления каскадных кривых проводились для  $E_0 \geq 10^8$  eV. При этом для  $\bar{t}$  и  $\bar{t}^2$  взяты значения табл. 1, полученные без поправки на рассеяние, так как выражения для  $\bar{t}$  и  $\bar{t}^2$  получены С. З. Беленьким при пренебрежении зависимостью радиационных потерь электронов от их энергии, учет которой привел бы к некоторой поправке обратного знака. Величина же этих поправок  $E_0/\beta \gg 1$  невелика.

Выбранный вид аппроксимации позволяет просто взять интегралы (1) и (1') в конечном виде, и задача сводится к совместному решению трех уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \left\{ (1 - \beta) 2c e^{c^2} \sqrt{\pi} \varphi(c) + \frac{1}{2} \beta + 1 \right\} &= \frac{E_0}{\beta}, \\ \frac{1}{\gamma^2} \left\{ (1 + \beta) c \left[ c + (3 + 2c^2) e^{c^2} \sqrt{\pi} \varphi(c) \right] + \frac{3}{4} \beta + 1 \right\} &= \frac{E_0}{\beta} \bar{t}, \\ \frac{2}{\gamma^3} \left\{ (1 + \beta) c \left[ \frac{9}{4} c + \frac{1}{2} c^3 + \left( \frac{15}{4} + 5c^2 + c^4 \right) e^{c^2} \sqrt{\pi} \varphi(c) \right] + \frac{7}{8} \beta + 1 \right\} &= \frac{E_0}{\beta} \bar{t}^2, \end{aligned}$$

$$\text{где } c = \frac{\alpha}{2\sqrt{\gamma}}, \quad \varphi(c) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{c\sqrt{2}} e^{-x^2/2} dx.$$

Полученные константы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  приведены в табл. 2, а построенные в соответствии с ним каскадные кривые представлены на рис. 1.

Таблица 2

$E_0$	$10^8$	$3 \cdot 10^8$	$10^9$	$10^{10}$	$10^{11}$
$\alpha$	1,104	1,627	2,210	3,347	4,331
$\gamma$	0,412	0,468	0,522	0,624	0,694
$\beta$	-0,014	0,215	0,448	0,456	0,367

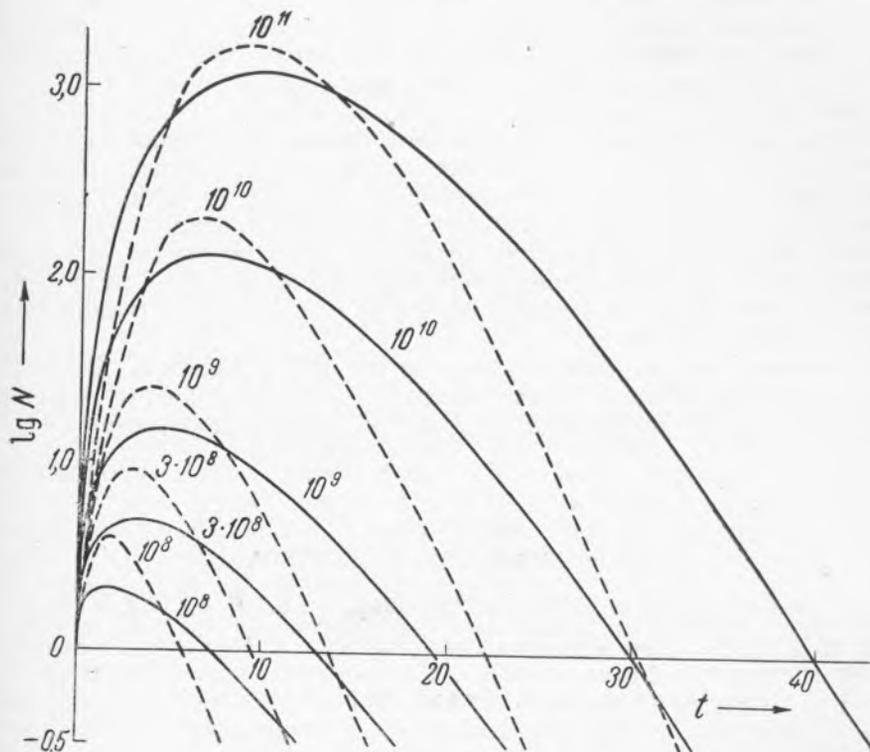


Рис. 1. Пунктиром изображены каскадные кривые, вычисленные согласно формулам „обычной“ каскадной теории (4), т. е. при предположении  $\sigma(E) = \sigma_0$ .

Следует отметить, что коэффициент поглощения  $k = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$ , получающийся в области „хвоста“ каскадной кривой ( $N=1$ ), для пунктирных кривых равен  $\sim 0,46$ , тогда как согласно эксперименту (4) в этой области наблюдается  $k = 0,26$  (при  $t$ -единице в  $0,47$  см Pb).

Для кривых, построенных нами в этой области,  $k = 0,24 - 0,35$ , т. е. близко совпадает с экспериментом (5).

Для проверки чувствительности формы каскадных кривых, удовлетворяющих условиям (1) и (1'), к виду аппроксимации нами был проведен расчет для аппроксимирующей функции вида:

$$N(t) = (1 + \beta) e^{\alpha t - \gamma t^2} - \beta e^{-2\gamma t^2}$$

при  $E_0 = 10^{11}$  eV. Несмотря на то, что коэффициент поглощения для такой аппроксимации в области  $N=1$  равен уже  $0,66$ , значение

$N(t) = 1$  функция достигает при  $t$  лишь на 15% меньше, чем то, которое следует из рис. 1, величины же максимумов и их положения совпадают.

Таким образом, вследствие того, что, помимо выполнения условий (1) и (1<sup>1</sup>), для вычисленных нами кривых коэффициент поглощения хорошо согласуется с экспериментом, можно считать, что представленные на рис. 1 кривые должны удовлетворительно описывать каскадный процесс в свинце.

Следует отметить, что выбранная нами аппроксимация годна лишь при выполнении условия  $E_0/\beta \gg 1$  и, кроме того, неудовлетворительно описывает каскадный процесс в области малых значений  $t$  ( $t < t_m$ ).

Каскадные кривые для свинца для  $E_0 = 10^9$  eV и  $E_0 = 10^{10}$  eV были получены также в работе двух итальянских авторов (6). Однако кривые, приведенные в этой работе, не представляются удовлетворительными, так как основное условие (1<sup>1</sup>) не выполняется. Площади под кривыми составляют, соответственно, лишь  $0,62 E_0/\beta$  и  $0,47 E_0/\beta$ .

Как следует из кривых, приведенных на рис. 1, проникающая способность электронно-фотонных лавин в свинце значительно превышает вычисленную обычно. Недооценка этого обстоятельства приводила ряд авторов к ошибочным заключениям. Насколько велики допускаемые у различных авторов ошибки в оценке проникающей способности, можно видеть из следующего примера. Для электрона с энергией  $10^9$  eV получаем проникающую способность порядка 10 см Рь, тогда как в работе Оже с сотрудниками (7) для такого слоя свинца указывается энергия в  $10^{12}$  eV.

Описанная работа была проведена по предложению С. З. Беленького, которому считаю своим приятным долгом принести благодарность за ценные указания и постоянный интерес к работе.

Поступило  
24 IX 1948

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. З. Беленький, ЖЭТФ, 14, 384 (1944). <sup>2</sup> С. З. Беленький, ЖЭТФ, 15, 7 (1945). <sup>3</sup> В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, 1940. <sup>4</sup> С. З. Беленький, Лавинные процессы в космических лучах, М. — Л., 1948. <sup>5</sup> J. of Appl. Phys., 16, 581 (1945). <sup>6</sup> E. Clementel e L. Fabrichesi, Nuov. cim., 5, 78 (1948). <sup>7</sup> P. Auger, J. Dandin, A. F. Freon et R. Maze, C. R., 226, 569 (1948).