Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LXI, № 5

ФИЗИКА

Д. И. БЛОХИНЦЕВ

МЕЗОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДЕЙТОНОВ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 28 VI 1948)

В работе вычисляется излучение мезонов при столкновении дейтона с нуклоном при условии, когда энергия, приходящаяся на один нуклон дейтона, недостаточна для рождения мезона.

Нетрудно вычислить, что минимальная энергия дейтона E_d, при которой он способен излучить мезон массы μ, сталкиваясь с нуклоном (нейтроном или протоном), равна $3\ \mu c^2$.

В дальнейшем мы будем считать $\mu = 300\ m_e$, так что $E_d > 450$ MeV.

Мы ограничим энергии частиц и сверху, считая дейтон и излучаемый мезон нерелятивистскими ($E_d \ll M_d c^2$, $M_d = 2m$ — масса дейтона, и $h^2k^2/2\mu \ll \mu c^2$, где $\mathbf{k}$ — волновой вектор мезона)*.

Волновую функцию системы дейтон + мезон представим в виде

$$\Psi\left(\mathbf{X},\ \mathbf{x},\ \vec{\xi}\right) = e^{i\mathbf{QX}/h}\, e^{i\mathbf{px}\xi/h}\ \psi_d\left(\vec{\xi}\right), \tag{1}$$

где $\mathbf{X} = \dfrac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3}{3}$ есть координата центра тяжести системы, $\mathbf{x} = \dfrac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{2} - \mathbf{x}_3$ — относительная координата центра тяжести дейтона и нуклона и $\vec{\xi} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ — относительная координата частиц ($\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$), принадлежащих дейтону. $\mathbf{Q}$ есть импульс центра тяжести системы, $\mathbf{p}$ — относительный импульс дейтона и нуклона.

Для основного состояния дейтона

$$\psi_d\left(\vec{\xi}\right) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\, e^{-ar}/r, \tag{2}$$

где $\alpha = \dfrac{1}{h}\sqrt{m\Delta}$, $\Delta = 2{,}2$ MeV — энергия связи дейтона.

Будем рассматривать как возмущения взаимодействие дейтона ($\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$) с нуклоном $\mathbf{x}_3$:

$$V(\mathbf{x}_1,\ \mathbf{x}_2,\ \mathbf{x}_3) = g\,\frac{e^{-\varkappa r_{13}}}{r_{13}} + g\,\frac{e^{-\varkappa r_{23}}}{r_{23}} \tag{3}$$

($\varkappa = \mu c/h = 7{,}8 \cdot 10^{12}$ см$^{-1}$) и взаимодействие нуклонов с мезонным полем:

* Энергия 450 MeV соответствует уже весьма значительной скорости дейтона, при которой вполне ощутимы релятивистские эффекты. Однако мы их опускаем, ограничиваясь лишь оценкой порядка величины интересующего нас поперечника сечения. Точное вычисление вообще лишено смысла, так как закон взаимодействия нуклонов известен лишь качественно.

$$H(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) = g \sum_k \sqrt{\frac{2\pi h^2 c^2}{\varepsilon_k}} \{a_k^*(e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_1} + e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_2} + e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_3}) + \text{к. с.}\}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_k = \mu c^2 + \frac{h^2 k^2}{2\mu}$, a_k^* — оператор рождения мезона с импульсом k.

Матричные элементы этих операторов для перехода $a \to b$ будут:

$$V_{ab} = \delta(\mathbf{Q}_a - \mathbf{Q}_b) \frac{4\pi g^2}{\varkappa^2 + q_{ab}^2} D_{ab}(\mathbf{q}_{ab}), \quad (5)$$

где $h\mathbf{q}_{ab} = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b$ есть изменение относительного импульса и

$$D_{ab}(\mathbf{q}_{ab}) = 2 \int \rho_{ab}(\vec{\xi}) \cos\left(\frac{\mathbf{q}_{ab}\vec{\xi}}{2}\right)(d\xi) \quad (6)$$

есть структурный фактор мезона (ρ_{ab} — плотность нуклонов в дейтоне, ассоциированная с переходом $a \to b$).

Далее

$$H_{ab} = \delta(\mathbf{Q}_a - \mathbf{Q}_b - h\mathbf{k})\, g \sqrt{\frac{2\pi h^2 c^2}{\varepsilon_k}} \left\{ D_{ab}(\mathbf{k})\, \delta\left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b - \frac{h\mathbf{k}}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \delta_{ab} \cdot \delta\left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b + \frac{2}{3} h\mathbf{k}\right)\right\}. \quad (7)$$

Эффективный поперечник для излучения мезона при рассматриваемом столкновении будет равен

$$d\Phi = \frac{2\pi}{hv_0} \mid W_{0f} \mid^2 d\rho_f, \quad (8)$$

где v_0 — начальная скорость дейтона, $d\rho_f$ — плотность конечных состояний на интервал энергии, а

$$W_{0f} = \sum_{\mathrm{I}} \frac{H_{0\mathrm{I}} V_{\mathrm{I}f}}{E_0 - E_{\mathrm{I}}} + \sum_{\mathrm{II}} \frac{V_{0\mathrm{II}} H_{\mathrm{II}f}}{E_0 - E_{\mathrm{II}}}. \quad (9)$$

(E_0 есть энергия начального состояния, равная $\frac{Q_0^2}{2M} + \frac{p_0^2}{2m^*}$; $m^* = \frac{2}{3} m$ есть приведенная масса системы; E_{I} и E_{II} — энергии промежуточных состояний).

Если ограничиться лишь такими конечными состояниями f, в которых дейтон остается целым, то промежуточные состояния, соответствующие диссоциации дейтона, как можно оценить, дают незначительный вклад в W_{0f} по сравнению с состояниями, в которых дейтон остается целым*.

Ограничиваясь этим типом возможных процессов, получим:

$$W_{0f} = 4\pi g^3 \sqrt{\frac{2\pi h^2 c^2}{\varepsilon_k}} \left\{ \frac{D_{00}(\mathbf{k}) D_{00}(\mathbf{q}_1)}{(\varkappa^2 + q_1^2)} \left[\frac{1}{\Delta'_{\mathrm{I}}} + \frac{1}{\Delta'_{\mathrm{II}}}\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{D_{00}(\mathbf{q}_2)}{(\varkappa^2 + q_2^2)} \left[\frac{1}{\Delta''_{\mathrm{I}}} + \frac{1}{\Delta''_{\mathrm{II}}}\right]\right\}, \quad (10)$$

---

* Переходы с диссоциацией дейтона не изменяют порядка величины эффекта, так как при больших импульсах разлетающихся нуклонов эффективное сечение быстро падает.

где $h\mathbf{q}_1=\mathbf{p}_0-\mathbf{p}+h\mathbf{k}/3$, $h\mathbf{q}_2=\mathbf{p}_0-\mathbf{p}+\frac{2}{3}h\mathbf{k}$ ($\mathbf{p}$ — относительный импульс в конечном состоянии) и

$$\Delta_{\mathrm{I}}'=\frac{Q_0^2}{2M}+\frac{p_0^2}{2m^*}-\left[\frac{(\mathbf{Q}_0-h\mathbf{k})^2}{2M}+\frac{(\mathbf{p}_0+h\mathbf{k}/3)^2}{2m^*}+\mu c^2+\frac{h^2k^2}{2\mu}\right], \tag{11}$$

$$\Delta_{\mathrm{II}}'=\frac{Q_0^2}{2M}+\frac{p_0^2}{2m^*}-\left[\frac{Q_0^2}{2M}+\frac{(\mathbf{p}+h\mathbf{k}/3)^2}{2m^*}\right], \tag{11'}$$

а Δ_{I}'' и Δ_{II}'' получаются из (11) и (11') заменой $\mp h\mathbf{k}/3$ на $\pm 2h\mathbf{k}/3$.

Структурные факторы $D_{00}(k)$ и $D_{00}(q)$ на основании (2) и (6) получаются в виде

$$D_{00}(k)=2 \tag{12}$$

(если $h^2k^2/2\mu \ll 8m\Delta/\mu=96\mathrm{MeV}$) и

$$D_{00}(q)=\frac{4\pi\alpha}{q}\left[1-\frac{2}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{4\alpha}{q}\right]=\frac{4\pi\alpha}{q}\varphi\left(\frac{\alpha}{q}\right). \tag{12'}$$

Разлагая (10) по степеням $h^2k^2/2\mu$, получим:

$$W_{of}=4\pi g^3\sqrt{\frac{2\pi h^2c^2}{\mu c^2}}\frac{1}{(\varkappa^2+q^2)^2}\frac{8\pi\varkappa}{q}\varphi\left(\frac{\alpha}{q}\right)\frac{p_0^2k^3}{m^*(\mu c^2)^2}\times$$

$$\times\left\{\left[\cos(p_0k)-\frac{p}{p_0}\cos(pk)\right]+\frac{1}{3}\frac{h^2(\varkappa^2+q^2)}{m^*\mu c^2}\left[\cos^2(p_0k)-\frac{p^2}{p_0^2}\cos^2(pk)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{3}\frac{h^2(\varkappa^2+q^2)}{p_0^2}\right\}, \tag{13}$$

где $h\mathbf{q}=\mathbf{p}_0-\mathbf{p}$.

Далее,

$$d\rho_f=\frac{p^2\dfrac{dp}{dE}d\Omega}{(2\pi h)^3}\frac{k^3dkd\omega}{(2\pi)^3}.$$

Подставляя (13) и $d\rho_f$ в (8), найдем (в системе, где $Q_0=0$) полный эффективный поперечник для излучения мезона дейтоном при условии, что последний не распадается при ударе:

$$\Phi=\Phi_0\frac{\Delta}{\mu c^2}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2F(\varepsilon), \tag{14}$$

где

$$\Phi_0=\left(\frac{g^2}{hc}\right)^3\left(\frac{h}{\mu c}\right)^2\simeq 10^{-28}\ \text{см}^2\left(\text{при}\ \frac{g^2}{hc}\simeq\frac{1}{5}\right)^4 \quad \text{и} \quad \varepsilon=\frac{E_0}{\mu c^2}.$$

Здесь

$$F(\varepsilon)=1{,}5\cdot 10^3\sqrt{\varepsilon}\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)^4 f(\varepsilon) \tag{15}$$

и

$$f(\varepsilon)=\int_0^1(1-u^2)^{1/2}u^6du\int_{-1}^{+1}d\xi\int_{-1}^{+1}d\eta\,\frac{\left(1-\frac{2}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{0{,}4}{\sqrt{\varepsilon R}}\right)^2}{R\left(\frac{\beta}{\varepsilon}+R\right)^4}\psi(\varepsilon,\eta), \tag{16}$$

причем

$$R = \frac{h^2 q^2}{p_0^2} = (1 + x^2 - 2x\xi), \ \beta = \frac{\mu}{2m^*} = \frac{3}{4}\frac{\mu}{m}, \quad x^2 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)(1 - u^2)$$

и, наконец,

$$\psi(\xi, \eta) = A^2 + \frac{1}{2}B^2 + \frac{3}{8}C^2 + AC,$$

$$A = (1 - \xi x)^2 + \frac{2\varepsilon}{3}\left(\frac{\beta}{\varepsilon} + R\right)(1 - x^2\xi^2)\eta^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\varepsilon} + R\right),$$

$$B = 2x\eta\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{1-\eta^2}\left[(1 - \xi x) + \frac{2\varepsilon}{3}\left(\frac{\beta}{\varepsilon} + R\right)x\xi\right], \tag{17}$$

$$C = x^2(1 - \xi^2)(1 - \eta^2)\left[1 - \frac{2\varepsilon}{3}\left(\frac{\beta}{\varepsilon} + R\right)\right].$$

Интеграл в (16) очень сложен и был вычислен нумерически после интегрирования по η и разложения по степеням u для $\varepsilon = 4/3$, т. е. для $E_0 = 200$ MeV (в относительной системе координат). При этом оказалось, что $F(4/3) = 25$. В силу этого $\Phi \simeq 10^{-30}$ см^2 для $E_0 = 200$ MeV и на самом деле, если иметь еще в виду процессы с диссоциацией дейтона, будет больше этой величины.

Такого же порядка величины оказывается сечение и для рождения мезона при столкновении нуклона с нуклоном (в этой же области энергий). Отсутствие существенного различия объясняется тем, что эффект связи частиц в дейтоне выражается в эффективном сечении в появлении структурного фактора дейтона

$$D_{00}^2(q) = \left(\frac{4\pi\chi}{q}\right)^2\varphi^2\left(\frac{\alpha}{q}\right) = \frac{12\pi^2\Delta}{\mu c^2\varepsilon R}\left(1 - \frac{2}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{0,4}{\sqrt{\varepsilon R}}\right)^2,$$

который в рассматриваемой области энергий не мал, так что дейтон оказывается способным порождать мезоны, действуя как целая частица.

Напротив, для энергий $E_0 \gg 12\pi^2\Delta = 250$ MeV дейтон как связанная частица действовать не может. Но в этом случае отпадает и проблема, так как как каждый из нуклонов дейтона становится способным порождать мезоны.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
28 VI 1948