

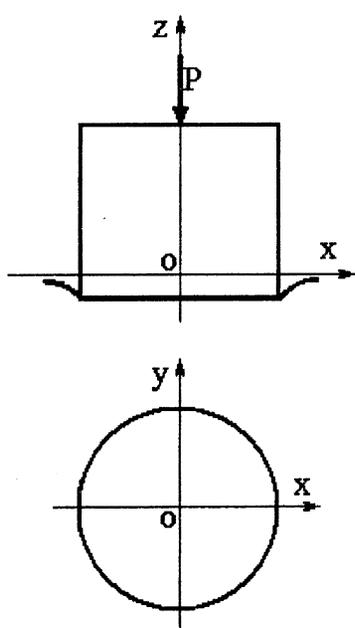
## ЭЛЕКТРОМОДЕЛИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ

*Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого,  
Гомель, Беларусь*

Большое количество работ в области механики контактного взаимодействия, в том числе с учетом износа и температуры контактирующих поверхностей, стремление учесть эти факторы еще на стадии проектирования элементов высших кинематических пар, свидетельствует об актуальности рассматриваемой проблемы.

Вместе с тем, решение рассматриваемых задач аналитическими и численными методами связано с необходимостью преодоления значительных трудностей, а в некоторых случаях, невозможно. В связи с этим, другие методы их решения и, в частности, с помощью электрического моделирования представляют собой как научный, так и практический интерес.

Задача для штампа с плоским основанием, имеющего в плане форму  $\Sigma$ , вдавливаемого в однородное упругое полупространство под действием центрально приложенной силы  $P$  (рис. 1) сводится к следующему интегральному уравнению:



$$\iint_{\Sigma} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = \frac{\delta}{\Theta}, \quad (1)$$

где  $\Theta = \frac{1-\nu^2}{\pi E}$ .

Здесь  $\delta$  – перемещение штампа,  $p(x, y)$  – контактное давление под штампом. При этом должно соблюдаться условие:

$$P = \iint_{\Sigma} p(x, y) dx dy. \quad (2)$$

Введем обозначение  $W(x, y) = \frac{\delta}{\Theta}$

и запишем уравнение (1) в виде:

$$\iint_{\Sigma} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = W(x, y). \quad (3)$$

Рис.1. Расчетная схема.

Перейдем теперь к задаче электростатики.

Если взять токопроводящую пластину, которая обладает некоторым электрическим зарядом  $Q$  и имеет форму  $\Sigma$  основания штампа в плане, то выражение для электростатического потенциала можно записать в виде [6]:

$$\psi(x, y) = \frac{1}{4\pi k_0 \varepsilon} \iint_{\Sigma} \frac{q(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}, \quad (4)$$

где  $k_0$  – диэлектрическая постоянная;  $\varepsilon$  – диэлектрический коэффициент среды. Общее количество электричества на пластине будет:

$$Q = \iint_{\Sigma} q(x, y) dx dy. \quad (5)$$

Введем обозначение  $\Psi(x, y) = \psi(x, y) 4\pi k_0 \varepsilon$  и запишем уравнение (4) в следующем виде:

$$\iint_{\Sigma} \frac{q(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} = \Psi(x, y). \quad (6)$$

Таким образом, две рассматриваемые линейные системы описываются математически подобными интегральными уравнениями (6) и (3). Впервые на это обратил внимание Л.А. Галин [4]. Сходственными параметрами в данном случае будут  $p(x, y)$  и  $q(x, y)$ ,  $W(x, y)$  и  $\Psi(x, y)$ . Токпроводящий элемент, который в рассматриваемом случае представляет собой пластину, при определенных условиях может служить аналоговой моделью объекта – оригинала (площадки контакта).

Электрический потенциал, подаваемый на токпроводящий элемент, является аналогом перемещения штампа, а наблюдаемое при эксперименте распределение электрических зарядов по поверхности токпроводящего элемента будет одновременно являться и решением интегрального уравнения (3), описывающего распределение контактного давления на площадке контакта.

Попытки реализации этой аналогии с использованием электростатического поля и электролитической ванны не увенчались успехом.

Рассмотрим возможность применения квазистационарного электрического поля для решения задачи электростатики.

Как известно [5, 7], квазистационарными называются токи, для которых с достаточной степенью точности можно принять, что магнитное поле этих токов, силы ponderomotorного (механического) взаимодействия между ними и т. д. в каждый данный момент времени имеют то же значение, какое имели бы эти величины в случае постоянных токов той же силы, как и мгновенная сила переменных токов. При этом переменные токи могут удовлетворять условиям квазистационарности, если подобно постоянным токам они будут замкнутыми и будут обладать одинаковой силой во всех сочетаниях неразветвленных участков цепи. Основным условием квазистационарности является достаточная медленность изменения поля, которая гарантирует также и приближенную замкнутость переменных токов.

На основе использования квазистационарного электрического поля разработан новый способ решения пространственных контактных задач [8] и создано специальное электро моделирующее устройство для решения пространственных контактных задач теории упругости и термоупругости (ЭМУ-КЗ-2). Устройство защищено авторскими свидетельствами [1, 2, 3] и удостоено медали ВДНХ СССР.

На рис. 2 показана блок-схема ЭМУ-КЗ-2.

Устройство состоит из блока питания – 1, генератора сигналов звуковой частоты – 2, распределительного блока – 3, блока питания и управления координатным столиком – 4, токпроводящего элемента – 5, зонда – 6 и измерительного комплекса – 7. Первые четыре блока конструктивно выполнены в одном корпусе. Распределительный блок имеет 30 выходов и служит для подачи электрического потенциала на токпроводящий элемент. Токпроводящий элемент расположен на координатном столике, что позволяет производить измерения в любой точке электрического поля токпроводящего элемента. Перемещение координатного столика в горизонтальной плоскости осуществляется с помощью электродвигателей МН-7 и механической передачи. Управление

электродвигателями осуществляется с помощью блока 4. Зонд и измерительный комплекс служат для измерения плотности заряда на поверхности токопроводящего элемента. Зонд имеет вертикальное перемещение, которое замеряется с помощью индикатора часового типа. Для проведения измерений и обработки результатов используется ПЭВМ.

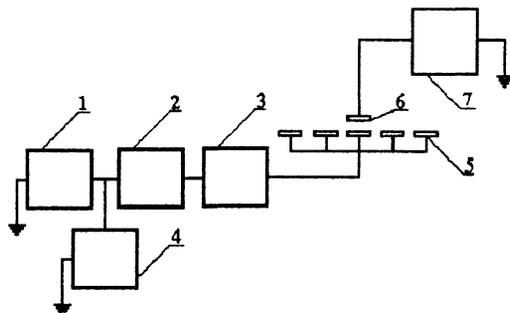


Рис. 2. Блок-схема электро моделирующего устройства.

На рис. 3 представлена фотография электро моделирующего устройства.

Рассмотрим удовлетворялось ли условие квазистационарности электрического поля  $c\tau \gg l$  при проведении эксперимента. Частота переменного напряжения принималась равной 1000 Гц (т. е.  $\tau = 10^{-3}$  с). Максимальный характерный линейный размер токопроводящего элемента не превышал 30 см. Принимая приближенно, что  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с и подставляя значения  $\tau$  и  $l$  в уравнение  $c\tau \gg l$ , получим

$$3 \cdot 10^7 \gg 3 \cdot 10.$$

Таким образом, условие квазистационарности электрического поля выполняется.

Известные решения некоторых контактных задач позволили оценить погрешность экспериментальных результатов относительно соответствующих величин, полученных аналитически.

В таблице 1 приведены результаты эксперимента и данные, полученные аналитически при решении поставленной задач для штампов круговой и эллиптической формы в плане. Из таблицы 1 следует, что погрешность при решении пространственных контактных задач, в основном, не превышает 5 %.

Некоторое повышение погрешности у края площади контакта объясняется влиянием краевого эффекта. Эта погрешность может быть уменьшена также до 5 % введением поправочных коэффициентов.

Таблица 1

Оценка погрешности результатов эксперимента

$\rho$	$\rho/\rho_{cp}$				Погрешность, %	
	Теоретические значения		Экспериментальные значения			
	круг	эллипс	круг	эллипс	круг	эллипс
0	0,500	0,500	0,502	0,516	0,400	1,580
0,1	0,502	0,512	0,505	0,524	0,600	2,350
0,2	0,510	0,521	0,520	0,530	1,960	1,730
0,3	0,524	0,534	0,536	0,552	2,300	3,380
0,4	0,545	0,557	0,560	0,577	2,750	3,600
0,5	0,578	0,588	0,596	0,612	3,120	4,100
0,6	0,625	0,637	0,645	0,650	3,200	2,040
0,7	0,700	0,714	0,725	0,730	3,580	2,240
0,8	0,833	0,850	0,800	0,820	3,960	3,530
0,9	1,147	1,170	1,080	1,130	6,710	3,420

Рассмотрим результаты решения новой задачи с помощью электро моделирующего устройства.

Штамп с плоским основанием сложной формы в плане вдавливается в изотропное упругое полупространство под действием центрально приложенной силы  $P$ , рис. 4. Полагаем, что нагрузка вне штампа и силы трения между штампом и упругим полупространством отсутствуют. На рис. 5 показаны линии контактных давлений, где  $\alpha = c/2a$ .

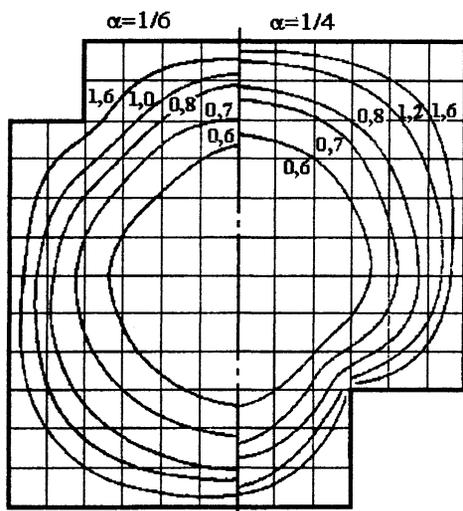


Рис. 5. Линии равных контактных давлений.

Электро моделирующее устройство позволяет также решать задачи для неплоских штампов при действии различной нагрузки, а также задачи о контакте двух упругих тел с учетом тепловыделения и износа.

**Литература.** 1. Бородачев Н.М., Тариков Г.П. Устройство для решения задач физических полей. Авт. свид. № 434426. Бюл. изобр., 1974. – № 24. 2. Бородачев Н.М., Тариков Г.П. Устройство для моделирования пространственных контактных задач. Авт. свид № 570905. Бюл. изобр., 1977. – № 32. 3. Бородачев Н.М., Тариков Г.П. Устройство для решения пространственных контактных задач. Авт. свид. № 1791829. Бюл. изобр., 1992. – № 32. 4. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 264 с. 5. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. Ч. I. – М., Л.: ГЭИ, 1948. – 355 с. 6. Парселл Э. Электричество и магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 447 с. 7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. 8. Тариков Г.П. и др. Патент РБ. Способ решения пространственных контактных задач теории упругости, № 2200, 1998.

УДК 519:527:669.27

А. С. Бороздин, А. Н. Чичко

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРУППИРОВКИ К РЕШЕНИЮ ТРЕХМЕРНОЙ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ,

*Белорусский Национальный Технический Университет  
Минск, Беларусь*

Одной из важнейших проблем, с которыми приходится сталкиваться при математическом моделировании тепловых процессов 3D объектов является время компьютерного счета. Это время может стать критическим фактором при расчете сложных про-