

Член-корреспондент АН СССР Г. А. ГАМБУРЦЕВ

О СУЩЕСТВОВАНИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

1. Плоские и пространственные системы. В теории электромеханических аналогий рассматривались главным образом системы, в которых при их контурном изображении^(1,2) отсутствуют или могут быть исключены перекрещивающиеся соединения. Такие системы будем называть плоскими или, сокращенно, Р-системами.

Системы, в которых перекрещивающиеся соединения существуют и не могут быть исключены, будем называть пространственными или, сокращенно, S-системами. Пример S-системы приведен на рис. 1.

2. Электромеханические аналогии первого и второго рода. Если в аналогичных системах аналогом механического сопротивления служит электрическое сопротивление, то эти системы будем называть аналогами первого рода. Если же в аналогичных системах аналогом механического сопротивления служит электрическая проводимость, то эти системы будем называть аналогами второго рода⁽³⁾.

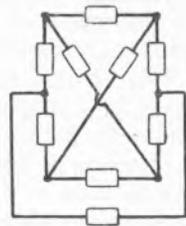


Рис. 1

Существование аналогий первого и второго рода для Р-систем и аналогий второго рода для S-систем очевидно. Вопрос о существовании аналогий первого рода для S-систем, в дополнение к ранее высказанным соображениям⁽⁴⁾, требует специального обсуждения.

3. Двухполюсная масса. Будем считать, что в качестве элемента инерционного сопротивления взята „двухполюсная масса“⁽¹⁾; иначе встретились бы ограничения при составлении механических аналогов электрических систем, содержащих самоиндукции (для аналогий первого рода) или емкости (для аналогий второго рода).

Это замечание в равной степени относится к Р- и S-системам.

4. Способы ортогональных линий и расщепления для Р-систем. Ниже мы будем пользоваться новой модификацией способа ортогональных линий⁽¹⁾ для построения аналогий первого рода Р-систем, а именно, способом „расщепления“.

Последний базируется на следующих представлениях.

Соединительные линии в механических системах суть линии бесконечно большого сопротивления, а в электрических системах — нулевого сопротивления. Аналогом (первого рода) линии электрического или механического соединения благодаря этому служит линия механического или, соответственно, электрического разъединения.

Будем считать каждую соединительную линию в исходной системе находящейся между двумя линиями разъединения. Тогда линия электрического соединения при переходе к механическому аналогу «расщепится» на пару параллельных жестких соединительных линий; соответственно, линия жесткого соединения при переходе от механической системы к электрической «расщепится» на пару электрических соединительных линий.

Таким образом, устанавливается аналогия между одиночной соединительной линией в исходной системе и парой соединительных линий в ее аналоге (первого рода). Конфигурация парных соединений в аналоге одинакова с конфигурацией одиночных соединений в исходной системе.

5. Способы ортогональных линий и расщепления для S-систем. В случае S-систем могут быть найдены такие поверхности, на которых с помощью линий разъединения (разрезов) может быть воспроизведена S-система.

Однако анализ простых примеров, которые здесь приводить не будем, показывает, что в данном случае аналогия между линиями соединения и разъединения теряет смысл. Способы ортогональных линий и расщепления не применимы для S-систем. То же самое относится к „дуальным“ механическим или электрическим системам (4).

6. Парные системы и подсистемы. Системы, содержащие одинаковое число попарно аналогичных элементов, будем называть парными. В парных системах каждому элементу одной системы поставлен в соответствие один (и только один) аналогичный элемент другой системы.

Аналогичные системы принадлежат к классу парных систем, но не все парные системы аналогичны, ибо для аналогов требуется также определенное соответствие в способах соединения элементов.

Подсистемой какой-либо заданной системы будем называть систему, которая образуется из заданной посредством обращения в нуль или в бесконечность сопротивлений отдельных ее элементов.

Применяя одинаковую совокупность операций данного рода к поставленным в соответствие аналогичным элементам парных систем, получим парные подсистемы.

Любые парные подсистемы аналогичных систем, очевидно, также аналогичны. Обратное, две парные системы не могут служить аналогами друг друга, если не аналогичны какие-либо из их парных подсистем.

Отсюда следует важный для последующих рассуждений вывод: система не имеет аналога, если не имеет аналога хотя бы одна из ее подсистем.

7. Простейшие S-системы. Это название мы дадим таким S-системам, все подсистемы которых суть P-системы. Система, изображенная на рис. 1, есть одна из простейших S-систем. Совокупность всех простейших S-систем образует группу систем, среди которых всегда найдется подсистема любой S-системы. Доказав отсутствие аналогий для этой группы систем, мы тем самым докажем отсутствие аналогий для всех S-систем.

8. Простая соединенная S-система. Простейшая S-система может быть представлена в виде контура с двумя внутренними перекрещивающимися ветвями и с некоторым числом внешних ветвей. Отличия между разными простейшими S-системами будут состоять в числе и в расположении элементов в контуре и в его внешних ветвях.

Для дальнейших рассуждений эти отличия несущественны. Поэтому вместо совокупности всех простейших S-систем достаточно рассмотреть одну частную S-систему, изображенную на рис. 2, которую назовем простой соединенной S-системой.

9. Отсутствие аналога простой соединенной S-системы. Для определенности положим, что система на рис. 2 — электрическая (C_0). Ее можно считать образованной из плоской подсистемы C_{01} (тонкие линии на рис. 2) путем присоединения к последней элемента Z_{01} .

Соответственно, механический аналог системы C_3 , если он существует, может быть образован из плоской подсистемы $C_{м1}$ (механического аналога подсистемы \bar{C}_{31} , см. рис. 3) путем присоединения к ней элемента $Z_{м1}$ (механического аналога элемента Z_{31}).

Это присоединение может быть осуществлено только двумя способами:

1) Полюсы $Z_{м1}$ присоединяются к контурам, не связанным жестко друг с другом, например к контурам K_1 и K_2 (рис. 3).

2) Полюсы $Z_{м1}$ присоединяются к какому-то одному жесткому контуру, например к контуру K_1 .

В результате будут получены некоторые механические системы C_m , парные по отношению к C_3 . Однако среди них не будет ни одной системы, которая могла бы служить аналогом системы C_3 .

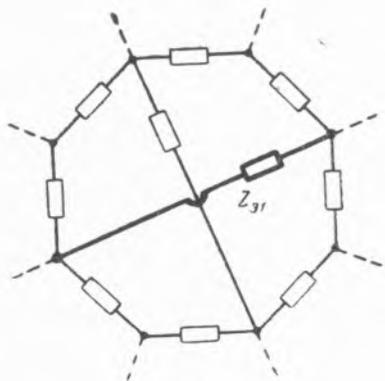


Рис. 2



Рис. 3

Рассмотрим, например, системы C'_m , полученные по способу 1. Образуем из C_3 и C'_m парные подсистемы, принимая $Z_{31} = Z_{м1} = \infty$. C_3 даст в этом случае подсистему \bar{C}_{31} , но C'_m даст подсистему, отличную от $\bar{C}_{м1}$, ибо условие $Z_{м1} = \infty$ видоизменит $\bar{C}_{м1}$, введя в нее новые жесткие связи. Таким образом, парные подсистемы исходных систем C_3 и C'_m не будут являться аналогами друг друга; следовательно, среди систем типа C'_m нет аналога системы C_3 .

Такого же рода рассуждения (и с тем же результатом) могут быть приведены и по отношению к системам, получаемым по способу 2. Выводы, очевидно, не изменятся, если исходная система будет не электрическая, а механическая. Таким образом, простая соединенная S-система не имеет аналога (первого рода).

10. Заключение. В силу специального выбора S-системы, для которой было установлено отсутствие аналога, этот результат может быть распространен на все S-системы. Таким образом, механические или электрические пространственные системы, т. е. системы с перекрещивающимися соединениями, не имеют аналогий первого рода.

Поступило
12 IV 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Г. А. Гамбургцев, ДАН, 4, № 8—9 (1934); Изв. АН СССР, Отд. мат. и ест. наук, стр. 255 (1937); Сейсмические методы разведки, ч. 1, 1937. ² А. А. Харкевич, Теория электроакустических аппаратов, 1940. ³ F. A. Firestone, J. Acous. Soc. Am., 4, 249 (1933). ⁴ Gardner and Barnes, Transients in Linear Systems, I, 1942.