

В. А. КЛЯЧКО

**О ВЛИЯНИИ ФОРМЫ ЗЕРЕН ФИЛЬТРУЮЩЕГО СЛОЯ
НА СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА**

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 20 IV 1948)

Влияние формы зерен на скорость фильтрационного потока отмечено еще Цункером⁽¹⁾, предложившим таблицу значений коэффициента формы для различных грунтов. Однако использование данных этой таблицы чрезвычайно ограничено, так как коэффициент формы по Цункеру является поправочным коэффициентом, коррелирующим скорость фильтрационного потока, вычисленную по формуле Цункера, с фактически имеющей место в натуре.

Влияние формы зерен фильтрующего слоя на скорость фильтрационного потока может быть оценено теоретически при условии следующих допущений:

1. Движение жидкости через зернистую пористую среду происходит так же, как через пучок капилляров, при одинаковой для всех трубок пучка разнице напоров в начале и конце трубки.

2. Все поры фильтрующей среды заполнены жидкостью, причем вся жидкость находится в движении.

Пусть на единицу площади поперечного сечения фильтрующего слоя приходится n поровых трубок среднего поперечного сечения f . Тогда при равномерном движении жидкости и разности давлений в начале и в конце каждой из этих поровых трубок ΔH будет иметь место равновесие между движущей силой и силами сопротивления

$$\Delta H f = l \chi \tau. \quad (1)$$

Здесь l — длина средней поровой трубки, χ — ее смоченный периметр, τ — интенсивность силы трения о стенку трубки.

Принимая величину τ , как это предложено Л. С. Лейбензоном⁽²⁾, равной $\frac{1}{8} \lambda \rho v_{cp}^2$ и представляя λ в виде степенной функции числа Рейнольдса

$$\lambda = \alpha Re^{-i}, \quad (2)$$

получим

$$\Delta H \frac{f}{\chi} = \frac{1}{8} l \alpha Re^{-i} \rho v_{cp}^2. \quad (3)$$

Гидравлический радиус поровой трубки

$$\sigma = \frac{f}{\chi}, \quad (4)$$

а число Рейнольдса может быть представлено как

$$Re = \frac{v_{cp} \sigma \rho}{\mu}. \quad (5)$$

Подставив (4) и (5) в формулу (3) и приняв $\frac{1}{2-l}$ равным s (см. (2)), решим уравнение (3) относительно скорости

$$v_{cp} = \left(\frac{8}{\alpha}\right)^s \frac{\mu^{1-2s}}{\rho^{1-s}} \sigma^{3s-1} \left(\frac{\Delta H}{l}\right)^s. \quad (6)$$

При ламинарном режиме движения жидкости в поровых трубках (а такой режим, по нашим данным, имеет место при скорости движения воды до 15 м/час в песках крупностью до 1 мм) $s=1$, и формула (6) имеет вид:

$$v_{cp} = \frac{8}{\alpha} \frac{\sigma^2}{\mu} \frac{\Delta H}{l}. \quad (7)$$

Гидравлический радиус средней поровой трубки фильтрующего слоя равен отношению площади ее поперечного сечения к длине смоченного периметра; умножив числитель и знаменатель этого отношения на длину поровой трубки, убедимся, что гидравлический радиус средней поровой трубки может быть представлен как отношение объема поровой трубки к ее поверхности или как отношение объема всех пор фильтрующего слоя к поверхности всех зерен, составляющих тело этого слоя (при условии, что вся жидкость, заполняющая поры, находится в движении).

Выразив объем пор фильтрующего слоя через объем всех его зерен w и пористость p , получим

$$\sigma = \frac{w}{O} \frac{p}{1-p}, \quad (8)$$

где O — суммарная поверхность всех зерен слоя. Переходя от скорости движения жидкости в средней поровой трубке к скорости фильтрации во всем фильтрующем слое, получим

$$v = p v_{cp}, \quad (9)$$

$$v = \frac{8}{\alpha} \left(\frac{w}{O}\right)^2 \frac{p^3}{(1-p)^2} \frac{1}{\mu} \frac{\Delta H}{l}. \quad (10)$$

Если фильтрующий слой состоит из m одинаковых шарообразных зерен диаметром d , то

$$\frac{w}{O} = \frac{m \frac{1}{6} \pi d^3}{m \pi d^2} = \frac{1}{6} d. \quad (11)$$

Если фильтрующий слой состоит из нешарообразных зерен одинакового веса, равного весу шара диаметром d , величина w/O будет меньше $\frac{1}{6} d$, так как шар имеет наибольшее отношение объема к поверхности. В общем случае для фильтрующего слоя, состоящего из равных по весу зерен, величина w/O может быть принята равной Φd , где Φ — коэффициент формы, а d — диаметр шара, по весу равного весу зерна фильтрующего слоя.

Для шара $\Phi = 1/6 = 0,167$, для куба $\Phi = 0,135$, для призмы с отношением сторон 1:1:2 $\Phi = 0,127$.

Таким образом, для равнозернистого фильтрующего слоя уравнение (10) примет вид:

$$v = \frac{8}{\alpha} (\Phi d)^2 \frac{p^3}{(1-p)^2 \mu} \frac{1}{l} \Delta H. \quad (12)$$

Если фильтрующий слой состоит из смеси зерен неодинакового веса, то величина w/O будет:

$$\frac{w}{O} = \Phi \frac{\sum d^3 \text{ всех зерен смеси}}{\sum d^2 \text{ всех зерен смеси}}. \quad (13)$$

Отношение суммы кубов диаметров зерен смеси к сумме их квадратов может быть легко вычислено, если известны остатки на калиброванных ситах при рассеивании смеси зерен, из которой состоит фильтрующий слой. Пусть при рассеивании смеси на сите калибром d_1 осталось $a_1^0/0$ зерен, на сите калибром $d_2 - a_2^0/0$ смеси, на сите $d_n - a_n^0/0$ смеси.

Тогда, полагая, что среднее по весу зерно, прошедшее через сито d_{m+1} , но оставшееся на сите d_m , имеет диаметр $d'_m = \sqrt{d_{m+1} d_m}$, получим

$$\frac{w}{O} = \frac{\Phi}{100} \sum_1^m d'_m a_m, \quad (14)$$

и уравнение (12) для фильтрующего слоя, состоящего из смеси зерен различного веса, будет иметь вид:

$$v = \frac{8}{\alpha} \Phi^2 \left[\frac{1}{100} \sum_1^m d'_m a_m \right]^2 \frac{p^3}{(1-p)^2 \mu} \frac{\Delta H}{l}. \quad (15)$$

Естественные пески состоят из зерен неправильной формы, вследствие чего визуальное определение коэффициента формы их не может быть точным. Полагая, что при обтекании зерен фильтруемой жидкостью мы имеем дело с явлениями, весьма близкими к тем, которые имеют место при обтекании зерен при их свободном падении в неподвижной жидкости, мы исследовали связь между скоростью фильтрации воды через зернистую пористую среду под определенным напором и скоростью падения зерен этой фильтрующей среды в неподвижной воде.

Четыре фильтрующих материала: шары правильной геометрической формы, кварцевый песок окатанный, дробленые остроугольные кварцевые и дробленые очень угловатые мраморные зерна рассеивались на ситах, и затем фракции этих материалов со средним весом зерна около 1 мг засыпались в стеклянные лабораторные фильтры (заполненные предварительно дистиллятом), где определялась их рабочая пористость. Затем через все четыре фильтра фильтровалась дистиллированная вода с постоянным перепадом давлений в 1000 мм водяного столба при толщине фильтрующего слоя 500 мм. Во время опыта определялась скорость фильтрации в м/час.

Затем из фильтров отбирались средние пробы фильтрующего материала и определялась средняя скорость падения зерен, составляющих фильтрующий материал, в сосуде с дистиллированной водой. Результаты этих опытов сведены в табл. 1.

Таблица 1

| Материалы | Средний вес зерна, мг | Пористость слоя, % | Скорость фильтрации | | Скорость падения зерна в воде | |
|--|-----------------------|--------------------|---------------------|------|-------------------------------|------|
| | | | в м/час | в % | в м/час | в % |
| Шары, уд. вес 2,61 | 0,962 | 42,6 | 14,07 | 100 | 13,2 | 100 |
| Окатанный песок, уд. вес 2,64 | 0,968 | 43,8 | 12,72 | 90,4 | 12,0 | 90,9 |
| Дробленый кварц, уд. вес 2,64 | 0,937 | 44,5 | 10,73 | 76,3 | 10,5 | 79,5 |
| Дробленый мрамор, уд. вес 2,60 | 0,983 | 43,2 | 9,97 | 70,8 | 9,4 | 71,0 |

Сравнение скорости фильтрации при неизменном напоре через материалы с зернами различной формы со скоростями падения этих зерен в спокойной воде позволяет утверждать, что форма зерна оказывает такое же влияние на скорость движения фильтрационного потока, как и на скорость их падения в неподвижной жидкости. Тогда коэффициент формы Φ в формулах (12), (15) легко можно определять по скорости падения зерен фильтрующего слоя в воде.

Коэффициент формы для шара равен 0,167. Скорость падения шара диаметром 1 мм при удельном весе его 2,64 в дистиллированной воде при 15°С 14 см/сек. Пусть зерно из материала удельного веса 2,64, имеющее вес, равный весу шара диаметром 1 мм (из того же материала), имеет скорость падения в спокойной воде при 15°С u_1 см/сек. Тогда коэффициент формы этого зерна может быть вычислен по формуле

$$\Phi = 0,167 \frac{u_1}{14} = \frac{u_1}{84}. \quad (16)$$

Если фильтрующий слой состоит из зерен, имеющих вес g_x , отличный от веса шара диаметром 1 мм, то по скорости их падения в воде u_x можно вычислить скорость падения зерна такой же формы, как зерна фильтрующего слоя, но имеющего вес, соответствующий весу шара диаметром 1,0 мм:

$$u_1 = \frac{u_x g_1}{g_x}, \quad (17)$$

и коэффициент формы зерен фильтрующего слоя может вычисляться по формуле

$$\Phi = \frac{u_x g_1}{84 g_x}. \quad (18)$$

Таким образом, коэффициент формы в формулах, определяющих скорость фильтрационного потока, является отношением объема среднего зерна фильтрующего слоя к величине его поверхности. Величина коэффициента формы естественных песков может меняться от 0,167 (для шарообразных хорошо окатанных песков) до 0,120 для дробленого мрамора с угловатыми плоскими зернами. Она может определяться по скорости падения зерен фильтрующего слоя в неподвижной жидкости, их весу и удельному весу.

Всесоюзный научно-исследовательский институт ВОДГЕО

Поступило
16 III 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Ф. Ц у н к е р, Сб. Водные свойства почв, 1937. ² Л. С. Л е й б е н з о н, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, 1947.