Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LX, № 5

ФИЗИКА

М. Л. ЛЕВИН

О СВЯЗИ МЕЖДУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИМИ АНТЕННЫЕ УСТРОЙСТВА В ВОЛНОВОДАХ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 17 III 1948)

Рассмотрим полубесконечный цилиндрический волновод произвольного поперечного сечения, снабженный на конце каким-либо антенным устройством (щель в стенке или в дне волновода, металлическая антенна, рупор, просто открытый конец и т. п.). Стенки волновода и металлические части антенного устройства мы будем считать идеально проводящими.

Пусть при заданной рабочей длине волны λ (в свободном пространстве) внутри волновода могут распространяться N собственных волн (E- и H-типов). Если от генератора, находящегося внутри волновода на его бесконечно удаленном конце, бежит к антенне одиночная волна p-го типа, то коэффициентами излучения $Q_{p\tau}$, отражения Q_{pp} и трансформации $Q_{pm} (m \neq p)$ мы будем называть соответственно отношения энергии, излученной во внешнее пространство, энергии, унесенной назад к генератору p-й волной (того же типа, что и падающая), и энергии, унесенной назад m-й волной, к потоку энергии в падающей p-й волне.

Очевидно, всегда

$$Q_{p\tau} + \sum_{m=1}^{N} Q_{pm} = 1. \tag{1}$$

Бегущие собственные волны трубы пронормируем так, чтобы при заданной рабочей длине волны λ поток энергии во всех нормированных волнах был одинаков и равнялся 1.

Поперечные по отношению к волноводу составляющие векторов поля m-й нормированной волны, бегущей от генератора к антенне ($+z$ направление), обозначим через

$$\mathbf{E}_m e^{-ih_m z}, \quad \mathbf{H}_m e^{-ih_m z}, \tag{2}$$

где h_m — продольное волновое число m-й волны (временной множитель $e^{i\omega t}$ мы всюду опускаем).

Тогда для m-й нормированной волны, бегущей в противоположном направлении, поперечные составляющие векторов поля равны

$$\mathbf{E}_m e^{ih_m z}, \quad -\mathbf{H}_m e^{ih_m z}. \tag{3}$$

Назовем A-полем поле, образующееся в волноводе и в окружающем пространстве, когда от генератора к антенне внутри волновода бежит одиночная волна p-го типа.

Вдали от антенны внутри волновода A-поле имеет вид (мы выписываем только поперечные составляющие векторов поля):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_A &= A\mathbf{E}_p e^{-ih_p z} + \sum_{m=1}^{N} a_m \mathbf{E}_m e^{ih_m z}, \\ \mathbf{H}_A &= A\mathbf{H}_p e^{-ih_p z} - \sum_{m=1}^{N} a_m \mathbf{H}_m e^{ih_m z}. \end{aligned} \tag{4}$$

В силу выбранной нами нормировки собственных волн очевидно:

$$Q_{pm} = |a_m/A|^2, \tag{5}$$

а сами отношения a_m/A можно рассматривать как комплексные коэффициенты трансформации (отражения) по полю.

Если от генератора к антенне бежит одиночная волна q-го типа (B-поле), то внутри волновода вдали от антенны поле имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_B &= B\mathbf{E}_q e^{-ih_q z} + \sum_{m=1}^{N} b_m \mathbf{E}_m e^{ih_m z}, \\ \mathbf{H}_B &= B\mathbf{H}_q e^{-ih_q z} - \sum_{m=1}^{N} b_m \mathbf{H}_m e^{ih_m z} \end{aligned} \tag{6}$$

и

$$Q_{qm} = |b_m/B|^2. \tag{7}$$

Снаружи волновода в волновой зоне и A-поле и B-поле имеют структуру расходящихся сферических волн. Так как, кроме того, собственные волны трубы образуют ортонормальную систему, то лемма Лоренца (¹) для A- и B-полей в пространстве, ограниченном снаружи волновода бесконечно удаленной сферой, а внутри волновода достаточно удаленным от антенны поперечным сечением, приводит к уравнению:

$$a_q/A = b_p/B, \tag{8}$$

т. е. к равенству комплексных коэффициентов трансформации по полю для $p \to q$ и $q \to p$ трансформаций. Таким образом, во-первых,

$$Q_{pq} = Q_{qp}, \tag{9}$$

а во-вторых, равны скачки фаз при $p \to q$ и $q \to p$ трансформациях, если относить последние к плоскости $z=0$.

Пусть $G_p(\varphi, \vartheta)$ — внешняя энергетическая характеристика излучения антенного устройства, возбужденного одиночной p-й волной, бегущей от генератора в волноводе. Среднее по всем направлениям значение G_p равно 1 (приведенная характеристика направленности). Работу того же антенного устройства в приемном режиме мы будем характеризовать эффективными поперечниками возбуждения S_p, определяя их как площади параллельных фронту падающей волны площадок таких, что поток энергии через них равен энергии, уносимой от антенного устройства соответствующими собственными волнами волновода. Лемма Лоренца для A-поля и поля, порожденного диполем, находящимся в волновой зоне*, дает

$$S_p = \frac{\lambda^2}{4\pi} Q_{p\tau} \breve{G}_p \cos^2 \chi, \tag{10}$$

где $\breve{G}_p$ — значение G_p для направления на источник падающей волны, а χ — угол между плоскостью поляризации падающей волны и плоскостью поляризации сферической A-волны в волновой зоне в направлении на источник падающей волны.

Наконец, рассмотрим тот случай, когда за антенным устройством находится второй полубесконечный волновод (в частности, он может быть просто продолжением первого волновода). Нумеруя могущие распространяться во втором волноводе волны индексами α, мы будем характеризовать нашу сложную систему энергетическими коэффициентами Q_{pq}, $Q_{p\tau}$, $Q_{\alpha\beta}$, $Q_{\alpha\tau}$ и $Q_{p\alpha}$, $Q_{\alpha p}$. Первые четыре коэффициента имеют тот же смысл, что и для одного полубесконечного волновода, а, например, $Q_{p\alpha}$ есть отношение энергии, уносимой α-волной во втором волноводе, к потоку энергии в бегущей от генератора p-волне в первом волноводе.

Лемма Лоренца для двух полей, одно из которых возбуждается p-генератором во втором волноводе, а другое — α-генератором во втором волноводе, приводит к соотношению**:

$$Q_{p\alpha} = Q_{\alpha p}. \tag{11}$$

Кроме того, конечно, имеют место равенства (9) и (10) (и аналогичные им формулы для волн второго волновода).

Пусть антенна представляет собой резонансную щель, прорезанную в боковой поверхности бесконечного волновода. Величины, относящиеся к полубесконечной части волновода слева от щели, снабдим индексом „—“, справа — индексом „+“. Как было показано нами [2], коэффициенты прохождения p-й волны слева направо Q_{pp}^{-+} и справа налево Q_{pp}^{+-} относятся друг к другу как $(\sigma_p^+)^2$ к $(\sigma_p^-)^2$, где σ_p^+ — парциальная проводимость излучения щели вправо, σ_p^- — влево.

На основании (12) $Q_{pp}^{-+} = Q_{pp}^{+-}$ и, следовательно, всегда

$$\sigma_p^+ = \sigma_p^-, \tag{12}$$

если только щель является резонансной***.

Физико-технический институт
Горьковского государственного
университета

Поступило
25 II 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Ф. Франк и Р. Мизес, Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, Л. — М., 1937. [2] М. Л. Левин, Изв. АН СССР, сер. физ., **12**, № 3 (1948).

* Последнее поле имеет обычную особенность вблизи диполя и имеет вид

$$\mathbf{E}_C = \sum_{m=1}^{N} c_m \mathbf{E}_m e^{ih_m z}, \qquad \mathbf{H}_C = -\sum_{m=1}^{N} c_m \mathbf{H}_m e^{ih_m z}$$

внутри волновода вдали от антенны.

** И для двух волноводов, и для волновода с приемной антенной лемма Лоренца дает не только энергетические равенства (10), (11), но и фазовые соотношения того же типа, что и в первом рассмотренном нами случае.

*** В работе [2] это обстоятельство не подчеркнуто.