

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ф. М. ПЕРЕЛЬМАН

**НЕПРАВИЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЕ ФИГУРЫ  
В ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ**

(Представлено академиком Г. Г. Уразовым 25 X 1948)

Для изображения состава систем с числом компонентов, превышающим четыре, мы пользуемся правильными многомерными геометрическими фигурами, простейшим представителем которых служит пентатоп.

Часто, однако, необходимо выразить зависимость состава не только от внутренних факторов (соотношения компонентов), но также от так называемых внешних факторов, обуславливающих состояние системы (температуры, давления и т. п.).

Кроме того, мы изучаем обычно не столько состав сам по себе, сколько изменения свойств системы по мере изменения ее состава.

Пентатоп (и его высшие аналоги: гексатоп, гептатоп и т. д.), ввиду равенства геометрических элементов, наиболее пригоден для представления закономерных связей между равноценными независимыми переменными, по преимуществу между компонентами системы.

Чтобы оттенить различие, с одной стороны, между внутренними и внешними факторами системы, с другой,— между ее составом и свойствами, необходимо применять другие фигуры, менее правильные в геометрическом смысле.

На целесообразность и практическую возможность введения в сферу исследования подобных фигур высших измерений впервые указал В. П. Радищев (1).

Проведенное мною детальное рассмотрение вопроса показало, что между известными до сих пор простейшими правильными четырехмерными фигурами — пентатопом и октаэдром (2) — возможны еще четыре неправильные геометрические фигуры промежуточного характера:

1. Гептаэдром призматический образован трехгранной призмой, на каждой грани которой построена призма в четвертом измерении (рис. 1).

2. Гептаэдром пирамидальный представляет собою четырехмерную пирамиду, построенную на гранях куба (рис. 2).

3. Гексаэдром пирамидальный — четырехмерная пирамида, построенная на гранях трехмерной призмы (рис. 3).

4. Гексаэдром тетраэдрический образован тетраэдром, на каждой грани которого в четвертом измерении построена призма (рис. 4).

Эти фигуры названы по числу и характеру составляющих трехмерных фигур — «ячеек», так как именно они (а не вершины, как в пентатопе и его аналогах) имеют здесь решающее значение. Алгебраиче-

ская сумма геометрических элементов всех перечисленных фигур удовлетворяет формуле Эйлера — Пуанкаре:

$$p_0 - p_1 + p_2 - \dots \pm p_{n-1} = 1 - (-1)^n,$$

где  $n$  — число измерений, а  $p$  с соответствующим индексом означает число вершин, ребер, граней, ячеек и т. д.

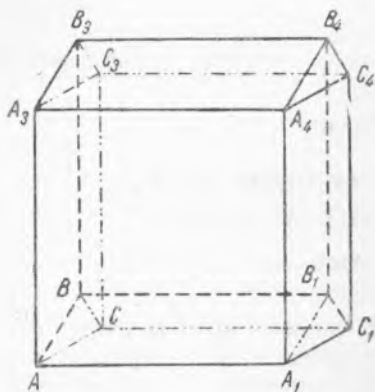


Рис. 1. Гептаэдрон призматический

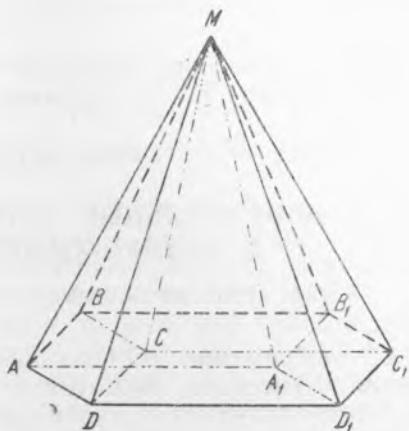


Рис. 2. Гептаэдрон пирамидальный

Следовательно, приведенные фигуры образованы правильно. На рис. 1, 2, 3 и 4 приведены их проекции в третьем измерении, но они — не единственно возможные. Для обеих пирамидальных фигур возможна проекция на общую пирамидальную вершину, а для тетраэдриче-

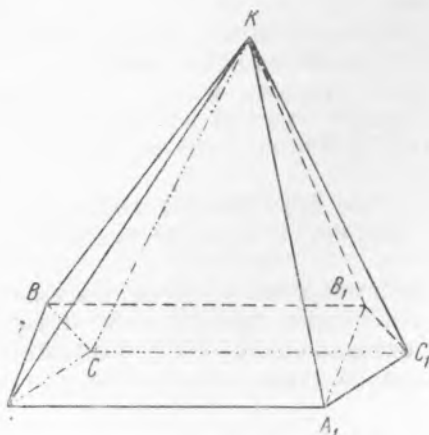


Рис. 3. Гексаэдрон пирамидальный

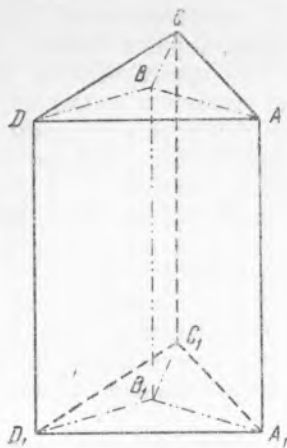


Рис. 4. Гексаэдрон тетраэдрический

ского гексаэдроиды, помимо параллельной, возможна также зеркальная проекция. Каждая из описанных фигур может применяться в ряде конкретных случаев для представления зависимости свойств от состава многокомпонентных систем.

1. Гептаэдрон призматический позволяет выразить в простой и наглядной форме следующие взаимоотношения:

а) Изменение состава тройной системы в зависимости от температуры и длительности воздействия (времени).

Зная состав системы при исходной и конечной температуре, а также в начальный и конечный промежутки времени, можно определить любое промежуточное состояние путем соответствующих призматических сечений гептаэдроида.

б) Изменение одного свойства трехкомпонентной системы при изменении одного из факторов внешнего воздействия.

В этом случае изменение свойства выразится объемной фигурой с искривленной поверхностью, ограничивающей гептаэдроид в одном из направлений и отвечающей состоянию равновесия.

Все внутренние точки этого усеченного гептаэдроида будут отвечать состояниям ненасыщенным, а все внешние точки — состояниям пересыщенным по отношению к исследуемому свойству.

в) Параллельное изменение каких-либо двух свойств тройной системы. Состоянию равновесия в этом случае отвечают две искривленные поверхности, ограничивающие один из углов гептаэдроида в 3-м и 4-м измерениях. Все прочие части фигуры отвечают неравновесным состояниям (ненасыщенным или пересыщенным по отношению к исследуемому свойству).

Наиболее удобным способом проектирования здесь может служить метод изолиний свойств, пересекающихся в виде двух рядов на диаграмме состава.

2. Гептаэдроид и гексаэдроид пирамидальный весьма удобны для представления четверных систем (взаимных или простых), в которых один из компонентов занимает особое положение, скажем, находится в очень больших или, напротив, в очень малых количествах по сравнению с остальными тремя компонентами (вода при изучении растворимости малорастворимых солей, радиоактивные или редкоземельные элементы в металлических и солевых системах и т. п.). В этом случае пирамидальная вершина удобна для представления этого особого компонента ввиду своего особого положения на диаграмме.

3. Гексаэдроид тетраэдрический может служить для изображения изменений одного свойства в четверной системе, для представления состава пятерной взаимной системы из 8 солей и для ряда других случаев.

Таким образом, эти фигуры имеют большое практическое значение. Они представляют наблюдаемые в сложных системах соотношения в виде единого геометрического образа, что облегчает выявление закономерных связей между составом и свойствами.

В этом преимущество перед методом Буке-Скоута, по которому мы всегда имеем связь только между какими-нибудь двумя попарно взятыми независимыми переменными.

Наконец, перпендикулярность многих граней наших фигур приводит к более наглядным и простым проекциям на плоскости чертежа, чем это имеет место при проектировании пентатопа и его аналогов.

Поступило  
4 X 1948

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. П. Радищев, Изв. физ.-хим. анализа, 13, 85 (1940). <sup>2</sup> E. Jouffret, *Traité élémentaire de la Géométrie à dimensions*, Paris, 1903.