Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LIX, № 9

ФИЗИКА

Н. А. ТОЛСТОЙ

К ТЕОРИИ ДВОЙНОГО ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ В ПОТОКЕ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 21 I 1948)

Теория эффекта Максвелла (двойного лучепреломления в потоке) разрабатывалась различными авторами ([1—4]), полагавшими в основу механизма явления различные представления. Теории, предложенные для объяснения закономерностей, наблюдаемых в коллоидных системах, приводят к хорошему согласию с опытом (Бедер, Петерлин и Стюарт). Эти теории исходят из рассмотрения гидродинамики безинерционного движения твердой макроскопически малой (коллоидной) частицы в среде из молекулярной жидкости, которая считается непрерывной, ламинарно текущей средой. Эти теории объясняют наблюдаемые зависимости двойного лучепреломления и угла угасания от величины градиента скорости потока при заданных геометрических и оптических свойствах частицы и заданных макроскопических свойствах среды. Механизм явления трактуется следующим образом: частица неравномерно вращается в потоке, находясь различное время в различных интервалах углов. На это закономерное механическое движение накладывается хаотическое броуновское движение, более или менее „размывающее" функцию распределения оси частицы по углам. В случае перевеса броуновского движения, над ориентирующим действием потока (случай малых частиц) двойное лучепреломление становится прямо пропорциональным градиенту, а угол угасания становится постоянным и равным 45°. Таким образом, „коллоидные теории" в предельном переходе формально описывают поведение молекулярных жидкостей. Однако невозможно a priori утверждать, что предпосылки, лежащие в основе этих теорий, продолжают при этом отвечать действительности, поскольку частицы и сами молекулы среды приобретают одинаковые размеры.

Закономерности эффекта Максвелла также объясняются теорией Рамана и Кришнана, исходящей из максвелловского представления о силах давления и растяжения, действующих в потоке под углом в 45° к градиенту скорости и стремящихся поставить вытянутую частицу длинной осью вдоль силы растяжения. Вся жидкость при этом полагается гомогенной.

Поскольку измерение эффекта Максвелла в молекулярных жидкостях дает лишь одну величину — константу Максвелла, опытные данные оказываются слишком бедными для того, чтобы оказать предпочтение одной из теорий, и тем самым представлению о механизме явления в случае молекулярных жидкостей.

В настоящей работе показывается, что закономерности двойного лучепреломления и угла угасания в потоке жидкости, на которую одновременно действует электрическое поле (эффект Керра в присутствии эффекта Максвелла), позволяют сделать выбор между теорией типа теории Рамана — Кришнана и теорией типа теории Петерлина — Стюарта.

Обобщение теории Петерлина — Стюарта на случай электрического поля. Как показал Джеффри ([3]), момент силы, действующей на эллипсоид вращения, находящийся в ламинарном потоке, равен (после некоторого преобразования)

$$L=\frac{16\pi\eta\,(b^2+c^2)}{3\,(b^3\beta_0+c^2\gamma_0)}\left[\frac{q}{2}\,(p\cos 2\varphi+1)-\dot{\varphi}\right]. \tag{1}$$

При отсутствии поля (чистый эффект Максвелла) $L=0$. Если же на частицу, обладающую анизотропией поляризуемости $\Delta\alpha$, но не имеющую жесткого дипольного момента, действует, кроме того, электрическое поле E, направленное вдоль градиента скорости потока, то

$$L=\frac{16\pi\eta\,(b^2+c^2)}{3\,(b^2\beta_0+c^2\gamma_0)}\left[\frac{q}{2}\,(p\cos 2\varphi+1)-\dot{\varphi}\right]-\frac{E^2}{2}\Delta\alpha\sin 2\varphi=0. \tag{2}$$

(Обозначения в (1) и (2): η — вязкость, q — градиент скорости, φ — угол, образуемый осью симметрии эллипсоида с градиентом, a, b, c — полуоси эллипсоида $(a=c)$, $p=(b^2-c^2)/(b^2+c^2)$, β_0 и γ_0 — интегралы, зависящие от объема и формы частиц.) Преобразуя (2), получим:

$$\dot{\varphi}_1=\frac{q}{2}\,[1+p_1\cos 2\,(\varphi-\varphi')]. \tag{3}$$

Здесь

$$p_1=\frac{1}{q}\sqrt{(qp)^2+\frac{E^2\,\Delta\alpha}{L_0\,(b^2+c^2)}},\qquad \varphi'=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{E^2\,\Delta\alpha}{L_0\,(b^2+c^2)\,qp}.$$

Уравнение (3) в случае отсутствия электрического поля переходит в исходное уравнение теории Петерлина и Стюарта:

$$\dot{\varphi}=\frac{q}{2}\,(1+p\cos 2\varphi). \tag{3'}$$

Как видно, (3) имеет формально ту же структуру, что и (3',). Введение электрического поля как бы поворачивает направление градиента на угол φ' и как бы меняет форму частицы. Решение (3) совместно с уравнением вращательной броуновской диффузии позволяет вычислить функцию распределения по углам, которая при $q/D\ll 1$ (молекулярная жидкость) дает после соответствующего интегрирования выражение для угла угасания χ:

$$\pi/4-(\chi-\varphi')=q/D \tag{4}$$

(D — коэффициент вращательной диффузии). Ввиду условия $q/D\to 0$ угол угасания равен $\chi=45°+\varphi'$ или, если отсчитывать его от $45°$ к направлению градиента,

$$\chi=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{E^2\,\Delta\alpha}{L_0\,(b^2+c^2)\,pq}; \tag{5}$$

иначе говоря,

$$\operatorname{tg}2\chi=\frac{2\operatorname{tg}\chi}{1-\operatorname{tg}^2\chi}\sim\frac{E^2}{q}. \tag{5'}$$

Для величины двойного лучепреломления мы получаем формулу:

$$\Delta n = \frac{2\pi}{15n}(g_1 - g_2)\frac{\eta v}{[p]\,kT}\sqrt{(qp)^2 + \left(\frac{E^2\,\Delta\alpha}{L_0(b^2+c^2)}\right)^2}. \tag{6}$$

Здесь $(g_1 - g_2)$ — фактор оптической анизотропии, $[p]$ — некоторая функция p.

Коэффициент вращательной диффузии D равен:

$$D = kT/w, \tag{7}$$

где w — коэффициент вращательного сопротивления эллипсоида вращения. Согласно Гансу ([6]), w равно

$$w = \eta v/[p] = L_0(b^2 + c^2). \tag{8}$$

Тогда (6) можно переписать в виде:

$$\Delta n = \frac{2\pi}{15n}(g_1 - g_2)\frac{w}{kT}\,qp\sqrt{1 + \left(\frac{E^2\Delta\alpha}{wqp}\right)^2}. \tag{9}$$

Полагая $q=0$ или $E=0$, получим формулы чистого эффекта Керра и чистого эффекта Максвелла, совпадающие с формулами Петерлина — Стюарта. В противоположность мнению этих авторов видно, что вывод той и другой формулы может быть осуществлен общим, единым образом.

Итак, из представлений, лежащих в основе теории Петерлина — Стюарта, вытекает следующее: 1) $\operatorname{tg} 2\chi$ должен линейно зависеть от E^2/q; 2) зависимость Δn от E^2 должна иметь такой ход, чтобы

$$\left.\frac{\partial(\Delta n)}{\partial(E^2)}\right|_{\substack{E=0\\ q=\mathrm{const}}} = 0. \tag{10}$$

Обобщение теории Рамана — Кришнана на случай электрического поля. Здесь мы попросту имеем дело с совместным действием двух сил, имеющих потенциал: электрической силы $F_{\text{эл}} = kE^2$, направленной вдоль градиента, и гидродинамической силой $F_{\text{гид}} = mq$, составляющей с направлением градиента угол в 45°. Тогда направление результирующей силы определит угол угасания, а величина силы — величину двойного лучепреломления; другими словами, мы имели бы векторную аддитивность. Простой расчет дает

$$\frac{2\operatorname{tg}\chi}{1-\operatorname{tg}\chi} = \frac{F_{\text{эл}}}{F_{\text{гид}}}\sqrt{2} \sim \frac{E^2}{q}, \tag{11}$$

$$\Delta n \sim F_{\text{результ}} = \sqrt{F_{\text{эл}}^2 + \sqrt{2}\,F_{\text{эл}}F_{\text{гид}} + F_{\text{гид}}^2} = $$
$$= \sqrt{(kE^2) + \sqrt{2}\,km\,E^2q + (mq)^2}. \tag{12}$$

Зависимость (10) будет в этом случае иной, а именно:

$$\left.\frac{\partial(\Delta n)}{\partial(E^2)}\right|_{\substack{E=0\\ q=\mathrm{const}}} \sim \frac{k}{\sqrt{2}}(\neq 0). \tag{13}$$

Сопоставление (9) и (12) с одной стороны и (5′) и (11) с другой показывает, что, вне зависимости от количественных деталей комбинированного эффекта, мы должны ожидать зависимостей разного типа, смотря по тому, какая из двух теорий эффекта Максвелла соответствует правильному механизму явления.

Опыты, проведенные автором совместно с Д. Б. Гуревич, показали, что двойное лучепреломление и угол угасания очищенного трансформаторного масла (являющегося молекулярной жидкостью) в точности следуют закону, устанавливаемому уравнениями (9) и (5'), и находятся в явном противоречии с формулами (11) и (12). Измерения производились в приборе, представлявшем собой вращательный аппарат Кутта, между цилиндрами которого создавалось сильное электрическое поле. Эти опыты будут описаны в другом месте.

Автор сердечно благодарит акад. С. И. Вавилова за интерес к работе.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
17 I 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. V. Raman and K. S. Krishnan, Proc. Roy. Soc., **117**, 589 (1928). [2] W. Kuhn, Z. physik. Chem., (A) **161**, 1 (1932). [3] P. Boeder, Z. Physik, **75**, 262 (1932)[4] A. Peterlin and H. A. Stuart, ibid., **112**, 1 (1939); **112**, 129 (1939). [5] G. B. Jeffery, Proc. Roy. Soc., **102**, 161 (1923). [6] R. Gans, Ann. Physik, **86**, 268 (1928).