

Академик И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ и Б. М. АБРАМОВ

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАШИНЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ СИЛ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ СКОРОСТИ

В нашей работе (1) было показано, что в общем случае уравнение движения машины может быть представлено в следующей форме:

$$\Delta M_0 = J_0 \omega_0 \frac{d\omega_0}{d\varphi_0}, \quad (1)$$

где ΔM_0 — величина фиктивного избыточного момента, приложенного к звену приведения; J_0 — фиктивный, постоянный по величине, произвольно выбираемый приведенный момент инерции звена приведения; ω_0 и φ_0 — фиктивные угловая скорость и угол поворота звена приведения.

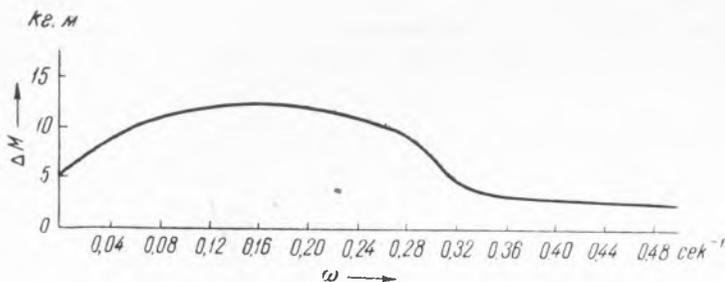


Рис. 1

Величина ΔM_0 и J_0 связаны с действительными значениями ΔM и J_{II} избыточного момента и приведенного момента условиями:

$$\Delta M_0 \omega_0 = \Delta M \omega \quad (2)$$

и

$$J_0 \omega_0^2 = J_{II} \omega^2, \quad (3)$$

где ω — действительная угловая скорость звена приведения.

Пусть ΔM есть функция угловой скорости ω , т. е. $\Delta M = \Delta M(\omega)$. Из уравнения (2) имеем:

$$\Delta M_0 d\varphi_0 = \Delta M d\varphi. \quad (4)$$

Подставляя в уравнение (1) выражение для $\Delta M_0 d\varphi_0$ из уравнения (4), получим:

$$d\varphi = \frac{J_0 \omega_0}{\Delta M} d\omega_0, \quad (5)$$

откуда

$$\varphi_{i+1} - \varphi_i = J_0 \int_{\omega_0(i)}^{\omega_0(i+1)} \frac{\omega_0}{\Delta M} d\omega_0. \quad (6)$$

Уравнение (6) может быть решено графо-аналитически следующим образом.

Пусть заданы: график (рис. 1) избыточного момента $\Delta M = \Delta M(\omega)$ и график (рис. 2) приведенного момента инерции $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi)$. Задаемся произвольным значением фиктивного момента инерции J_0 (в рассматриваемом случае J_0 было принято равным $50 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$).

Из уравнения (3) определяем отношение угловых скоростей ω и ω_0 для всех исследуемых значений угла поворота φ . Имеем:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{J_0}{J_{\Pi}}} = f(\varphi). \quad (7)$$

Числовые значения этих отношений даны в левом нижнем квадранте рис. 3.

При практическом исследовании движения машины полный угол поворота φ звена привода разбивается на ряд малых углов поворота $\Delta\varphi = \varphi_{i+1} - \varphi_i$. Тогда с достаточной

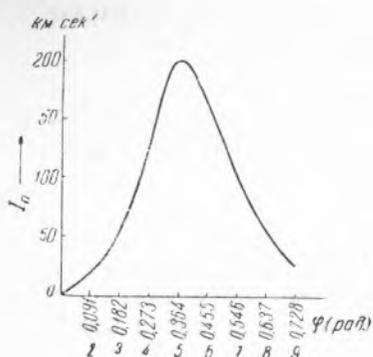


Рис. 2

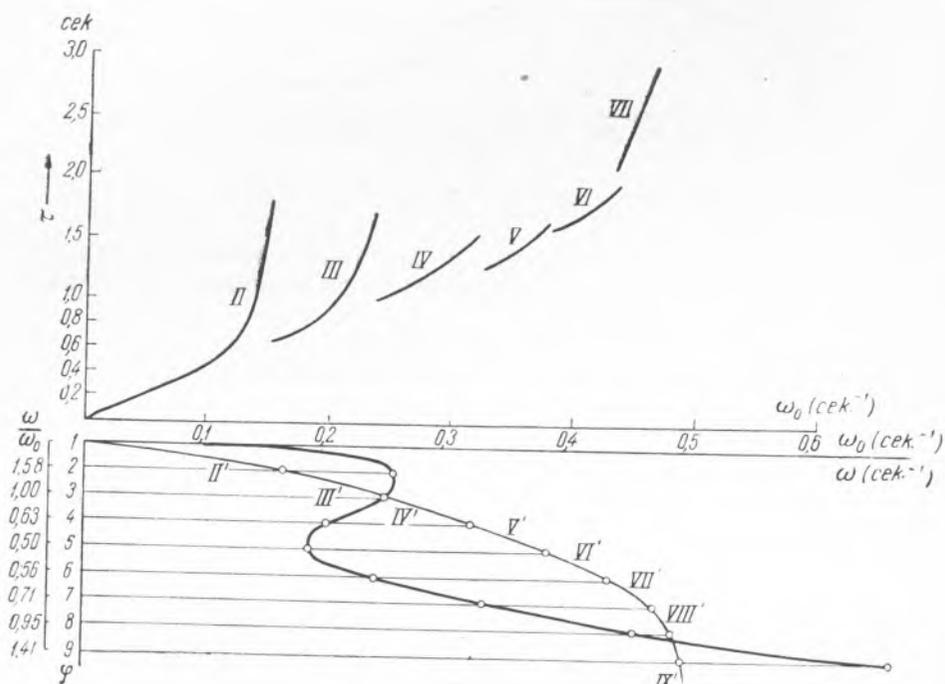


Рис. 3

точностью уравнение (6) может быть представлено так:

$$\varphi_{i+1} - \varphi_i = J_0 \int_{\omega_0(i)}^{\omega_0(i+1)} \frac{\omega_0 d\omega_0}{\Delta M(\omega_0)_{i+\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

Величина $\Delta M(\omega_0)_{i+\frac{1}{2}}$ представляет собой избыточный момент ΔM в функции угловой скорости ω_0 , подсчитанный для среднего значения функции $f(\varphi)$, данной уравнением (7) в интервале от φ_i до φ_{i+1} , т. е. для угла $\varphi_{i+\frac{1}{2}}$.

На рис. 4 построен график изменения избыточного момента ΔM в функции угловой скорости ω_0 для среднего значения $f(\varphi)$ на интервале от φ_1 до φ_2 . Аналогичные графики могут быть построены и для последующих интервалов. Таким образом, для интервала от положения φ_1 , соответствующего началу движения, до положения φ_2 уравнение (8) может быть написано так:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = J_0 \int_{\omega_0(1)}^{\omega_0(2)} \frac{\omega_0 d\omega_0}{\Delta M(\omega_0)_{1,5}} \quad (9)$$

Если движение машины исследуется с начального ее положения, то угол φ_1 будет известен (в рассматриваемом случае угол φ_1 принят равным нулю).

Угловая скорость ω , а следовательно, и угловая скорость ω_0 будут также равны нулю. Следовательно,

$$\varphi_2 = J_0 \int_0^{\omega_0(2)} \frac{\omega_0 d\omega_0}{\Delta M(\omega_0)_{1,5}} \quad (10)$$

Для решения уравнения (10) строим кривую зависимости $\tau_2 = \frac{J_0 \omega_0}{\Delta M(\omega_0)_{1,5}}$ от угловой скорости ω_0 , т. е. $\tau_2 = \psi_{II}(\omega_0)$ (кривая II в верхнем левом квадранте рис. 3).

Далее, строим интегральную кривую функции $\psi_{II}(\omega_0)$ (кривая II' в левом нижнем квадранте рис. 3) до положения, в котором эта кривая пересечет в точке 2' горизонтальную прямую 2—2'. Отрезок 2—2' будет представлять в масштабе построения угловую скорость $\omega_0(2)$. Для определения истинной угловой скорости ω_2 пользуемся соотношением (7). На рис. 3 угловая скорость ω_2 отложена в виде отрезка 2—2''. Для определения угловой скорости $\omega_0(3)$ составляем уравнение:

$$\varphi_3 - \varphi_2 = J_0 \int_{\omega_0(2)}^{\omega_0(3)} \frac{\omega_0 d\omega_0}{\Delta M(\omega_0)_{2,5}} \quad (11)$$

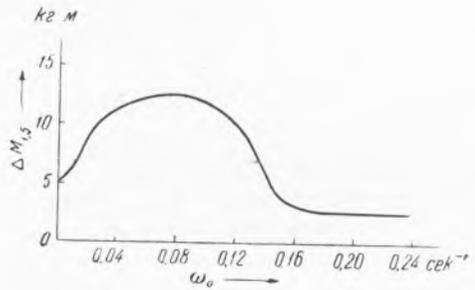


Рис. 4

Далее, строим кривую $\tau_3 = \frac{J_0 \omega_0}{\Delta M(\omega_0)^{2,5}} = \psi_{III}(\omega_0)$ (кривая III в левом верхнем квадранте рис. 3) и ее интегральную кривую III' (в левом нижнем квадранте рис. 3) и находим пересечение этой кривой с горизонтальной прямой $Z-Z'$. Отрезок $Z-Z'$ будет представлять собой в масштабе построения угловую скорость $\omega_{0(3)}$, в данном случае равную угловой скорости ω_3 , так как при значении φ_3 функция $f(\varphi) = 1$. С помощью аналогичных построений могут быть определены и последующие значения угловых скоростей $\omega_{0(4)}, \omega_{0(5)}, \dots$ и $\omega_4, \omega_5, \dots$ и далее построены кривые $\omega_0 = \omega_0(\varphi)$ и $\omega = \omega(\varphi)$. Первая кривая на рис. 3 показана пунктиром, а вторая кривая сплошной линией*.

Поступило
28 I 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹И. И. Артоболовский и Б. М. Абрамов, ДАН, 59, № 7(1948).

* Числовой расчет был сделан под нашим руководством Н. В. Сперанским.