

*Быховцев Виктор Емельянович, д-р техн. наук, проф.,  
Цурганова Людмила Антоновна, канд. техн. наук, доц.,  
Прокопенко Дмитрий Викторович, магистрант  
УО «Гомельский госуниверситет имени Ф. Скорины»,  
Бондарева Валентина Викторовна, канд. техн. наук, доц.  
УО «Белорусский торгово-экономический госуниверситет потре-  
бительской кооперации», г. Гомель, Беларусь*

***Компьютерный анализ экономической эффективности  
фундаментов из коробчатых плит***

***The computer analysis of economic efficiency of the bases from  
box-shaped plates***

В статье методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования исследуется влияние размеров поперечного сечения коробчатой фундаментной плиты на её осадку, определяется рациональный вариант и его экономичность.

In article the method of computer object-oriented modelling investigates influence of the sizes of cross-section section of a box-shaped base plate on its deposit, the rational variant and his profitability is determined.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В комплексе проблемы удешевления жилья является задача разработки и внедрения рациональных конструкций фундаментов зданий. Как возможный вариант такого фундамента в РУП «БелНИИС» рассматривается фундамент из коробчатых плит. В настоящей работе приводятся результаты исследования методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования деформаций грунтового основания большеразмерного фундамента из плит с продольными открытыми снизу полостями (коробчатый фундамент). Оптимизация структуры такого фундамента производится посредством определения рациональных размеров поперечного сечения полости плиты.

## 2. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА И АНАЛИЗ ЗАДАЧИ

Рассматривается плитный фундамент из большеразмерных плит с продольными открытыми снизу полостями на нелинейно-деформируемом грунтовом основании. Необходимо исследовать влияние геометрических размеров поперечного сечения продольной полости большеразмерной плиты на её осадку. Предполагается, что по всей контактной поверхности имеется полное сцепление материала плиты с грунтом. Это значит, что вся продольная полость плиты должна быть заполнена грунтом. На верхнюю плоскость фундаментной плиты действует нормальная внешняя нагрузка. Грунт, находящийся в полости, будет уплотняться, в основном, за счёт сжатия, его горизонтальные перемещения в поперечном направлении будут ограничены боковыми стенками полости. Продольные перемещения в силу геометрических размеров плиты можно принять нулевыми. *Эти обстоятельства позволяют решение поставленной пространственной задачи свести к решению соответствующей плоской задачи.* При достижении определённой степени уплотнения грунт внутри полости будет передавать нагрузку на нижележащие слои грунтового основания. При этом плитный фундамент с уплотнённым в полости грунтом, возможно, будет работать как единый конструктивный элемент системы «фундамент – грунтовое основание». Таким образом, исследованию подлежит указанная физическая система, определённая в двумерном пространстве. Поскольку грунт является нелинейно-деформируемой средой, то и вся рассматриваемая система будет нелинейно-деформируемой [1].

В формализованной постановке данная задача классифицируется как третья краевая задача нелинейной математической физики (задача Дирихле-Неймана). Как известно, точного аналитического решения такие задачи не имеют.

В настоящей работе для исследования указанной нелинейной физической системы использовался метод компьютерного объектно-ориентированного моделирования на основе метода конечных элементов и метода энергетической линеаризации [2, 3].

### 3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ И ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНОГО ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

#### **Виртуальная физическая модель системы**

Компьютерное объектно-ориентированное моделирование физических систем в своей основе содержит понятие объекта системы, его свойств и связей; выполняется в соответствии с принципами системного подхода, используя методы математического и геометрического моделирования, методы визуального объектно-ориентированного программирования и методы вычислительного эксперимента. При компьютерном объектно-ориентированном моделировании реальной физической системе ставится в соответствие её виртуальная физическая модель, которая строится на экране монитора и отображает структуру исходной системы, при этом происходит решение ряда позиционных и метрических задач. Виртуальная физическая модель системы представляет собой компьютерное представление реальной системы, описывающее её геометрические и физические свойства. Так как для рассматриваемого класса задач реальные компоненты исследуемой системы состоят из конструктивных элементов, то логично будет и в качестве элементарных составляющих виртуальной физической модели принять некоторые виртуальные конструктивные элементы. Физическое содержание этих элементов определяется физическим содержанием реальной исследуемой физической системы. Рассмотрим это на примере системы «Плитный фундамент – грунтовое основание». Как правило, грунтовое основание в плане всего здания неоднородное, но его всегда можно представить совокупностью конечных элементов однородных по своей структуре и свойствам, которые в компьютерном представлении будем называть конструктивными виртуальными элементами грунта. В целом вся проектируемая система может быть представлена из ограниченного числа конструктивных типовых элементов, поэтому целесообразно создать их библиотеку. Всякий конструктивный виртуальный элемент системы и система в целом должны быть описаны геометрически и физически, т.е. должна быть построена математическая модель системы [2, 4].

## Математическая модель системы

Математическая модель это некоторый абстрактный образ, т.е. конечная совокупность логико-математических предложений, адекватно отражающих основные закономерности и особенности оригинала, т.е. реального объекта или системы, которые имеют свою среду (пространство) и условия существования.

Всякая реальная система или объект всегда имеют определенные связи с внешней средой, которая налагает свои условия на их существование и функционирование. Все эти и другие качества в математической модели должны иметь своё отображение, а это значит, что математическая модель может иметь свою структурную схему. Математическое наполнение элементов этой структуры зависит от класса моделируемых задач и даже от особенностей задач одного класса. Для краевых задач механики грунтов структурная схема имеет следующий вид [2]:

- 1) геометрическая модель деформируемой среды;
- 2) уравнения состояния элементов деформируемой среды;
- 3) система краевых условий;
- 4) условия равновесия (устойчивости) системы;
- 5) математическая модель результата решения.

Известно, что наиболее трудным этапом системных исследований является построение и оценка адекватности математической модели реальной системе. Предлагаемая структурная схема является общим эффективным алгоритмом построения математических моделей систем или объектов.

Таким образом, в процессе математического моделирования исследователь имеет дело с тремя объектами:

- 1) с системой (реальной, проектируемой, воображаемой);
- 2) с математической моделью системы;
- 3) с алгоритмической моделью.

В соответствии с этим возникают следующие задачи:

- 1) определение и формирование системы;
- 2) построение математической модели системы;
- 3) разработка алгоритмической модели;
- 4) разработка программного комплекса.

Процесс моделирования содержит определённые этапы. На рис. 1 представлена структурная схема процесса математического моделирования, состоящая из восьми этапов.



Рис. 1. Технологическая схема процесса математического моделирования

Подобное деление на этапы является несколько условным, но приведенное содержание этапов является в любом случае обязательным. При выполнении этапа 1 необходимо формировать систему так, чтобы она с максимальной полнотой соответствовала поставленному классу задач и здесь нельзя ограничиваться каким-либо частным случаем.

### **Алгоритм исследования математических моделей нелинейных систем деформируемых твёрдых тел**

Исследование математических моделей сложных нелинейных систем деформируемых твёрдых тел в силу произвольности задаваемых нагрузок, структуры системы и нелинейной деформируемости материала элементов системы возможно лишь численно с использованием современных компьютеров методами конечных элементов и (или) суперэлементов [2, 4]. Применение конечно-элементного моделирования позволяет построить дискретную математическую модель рассматриваемой системы. Алгоритм исследования математи-

ческой модели системы методом конечных элементов можно представить в виде ряда определённых этапов. Содержание отдельных этапов зависит от содержания исследуемой системы. Для рассматриваемой системы содержание этапов алгоритма исследования математической модели можно представить следующим образом.

#### Этап 1. Построение расчетной области.

Исследование пространственной системы «Плитный коробчатый фундамент – грунтовое основание» можно свести к исследованию соответствующей системы в двумерном пространстве. В этом случае будет рассматриваться поперечное сечение системы. Расчетная область в форме прямоугольника будет строиться в объеме деформируемой области. Её размеры могут определяться двумя способами. Первый способ основан на принципе Сен-Венана и решении Фламанга задачи о действии сосредоточенной силы, приложенной на границе полуплоскости. По этому способу граничные условия расчетной области определяются путем вычислительного эксперимента. Второй способ основан на использовании данных экспериментальных исследований [5]. Методом вычислительного эксперимента были оценены оба подхода по определению размеров расчетной области, различие в соответствии не более 7 %. При построении расчетной области учитывается наличие осей симметрии.

#### Этап 2. Дискретизация расчетной области.

Дискретизация двумерной расчетной области производится прямоугольными конечными элементами, каждый из которых разделяется на два равновеликих треугольника. При дискретизации учитываются особенности структуры основания, что приводит к нерегулярной решетке, определяемой векторами шагов дискретизации и количеством узлов по координатным осям. Разбиение на конечные элементы согласно количеству узлов и векторов шагов дискретизации производится автоматически. При дискретизации каждый конечный элемент должен иметь однородную структуру со своими характеристиками. Вследствие деформации конечные элементы могут менять свои свойства.

Этап 3. Построение матрицы жёсткости основного уравнения метода конечных элементов для исследуемой системы [2].

#### Этап 4. Задание граничных условий.

Граничные условия расчетной области определяются системой внешних сил и принятым способом определения размеров расчет-

ной области. На всех граничных рёбрах, кроме верхнего, граничные условия лучше задавать в перемещениях. Они могут быть нулевыми, если размеры расчетной области принимались на основании данных физического эксперимента и отличными от нуля в определенном пределе, если размеры расчетной области принимались в соответствии с принципом Сен-Венана и решением Фламана. На верхнем граничном ребре задается система внешних сил.

Этап 5. Учёт граничных условий.

В соответствии с граничными условиями проводится корректировка матрицы жесткости. Используется два вектора: вектор граничных условий и вектор-указатель, с помощью которых описываются задаваемые граничные значения конкретной задачи. Анализируя вектор-указатель и используя вектор граничных условий, из системы линейных алгебраических уравнений исключаются известные перемещения на границах.

Этап 6. Решение системы линейных алгебраических уравнений с симметричной ленточной матрицей, компактно записанной в памяти компьютера.

Интерфейс ввода-вывода данных и виртуальная физическая дискретная модель поставленной задачи показаны на рис. 2, 3.

#### 4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ ИЗ БОЛЬШЕРАЗМЕРНЫХ КОРОБЧАТЫХ ПЛИТ

##### **Постановка задачи**

В настоящей работе при компьютерном моделировании приняты следующие физико-механические характеристики элементов рассматриваемой системы «Плитный коробчатый фундамент – грунтовое основание». Модуль упругости для фундамента  $E = 36000$  МПа ( $360000$  кг/см<sup>2</sup>), для грунта  $E = 36$  МПа ( $360$  кг/см<sup>2</sup>); коэффициент Пуассона для фундамента  $\mu = 0,02$ , для грунта  $\mu = 0,2$ .

Исходя из общей постановки задачи для получения ее решения методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования, необходимо будет построить некоторое количество модельных задач. При исследовании поставленной задачи было построено 15 модельных задач. Все модельные задачи рассматриваются в одной и

той же дискретизованной области. Свойства элементов модели определяются содержанием для каждой конкретной задачи. Технология и результаты компьютерного моделирования показаны на примере двух модельных задач, рис. 2, 3. Поскольку исследуется эффективность фундаментов из большеразмерных коробчатых плит, то базовой задачей для сравнительного анализа принят сплошной плитный фундамент, имеющий внешние геометрические и физико-механические характеристики аналогичные исследуемому конструктивному типу фундамента. Материалоёмкость базового и исследуемого типов фундамента будет различной, что и определит эффективность фундаментов из большеразмерных коробчатых плит.

### Компьютерное моделирование

**Модельная задача № 1** (*Плитный сплошной фундамент – базовая задача*).

Исходные данные: векторы шагов дискретизации

$h_x = \{70, 50, 40, 40, 40, 40, 50, 50, 40, 40, 40, 50, 70\}$ ,

$h_y = \{40, 40, 50, 50, 50, 50, 50, 60, 60, 80\}$ ;

$E_{гр} = 36$  МПа,  $\mu_{гр} = 0,2$ ,  $E_{пл} = 36000$  МПа,  $\mu_{пл} = 0,02$ ,

расчётная область:  $580 \times 530$  см; плита –  $260 \times 230$  см;

нагрузка  $P = 16,2$ кН (1620 кгс) = {135, 270, 270, 270, 270, 270, 135}.

**Модельная задача № 2** (*Плитный коробчатый фундамент*).

Исходные данные: векторы шагов дискретизации

$h_x = \{70, 50, 40, 40, 40, 50, 50, 40, 40, 40, 50, 70\}$ ;

$h_y = \{40, 40, 50, 50, 50, 50, 50, 60, 60, 80\}$ ;

$E_{гр} = 36$  МПа,  $\mu_{гр} = 0,2$ ,  $E_{пл} = 36000$  МПа,  $\mu_{пл} = 0,02$ .  $P = 16,2$  кН (1620 кгс);

расчётная область:  $580 \times 530$  см; плита –  $260 \times 230$  см; полость –  $180 \times 150$  см.



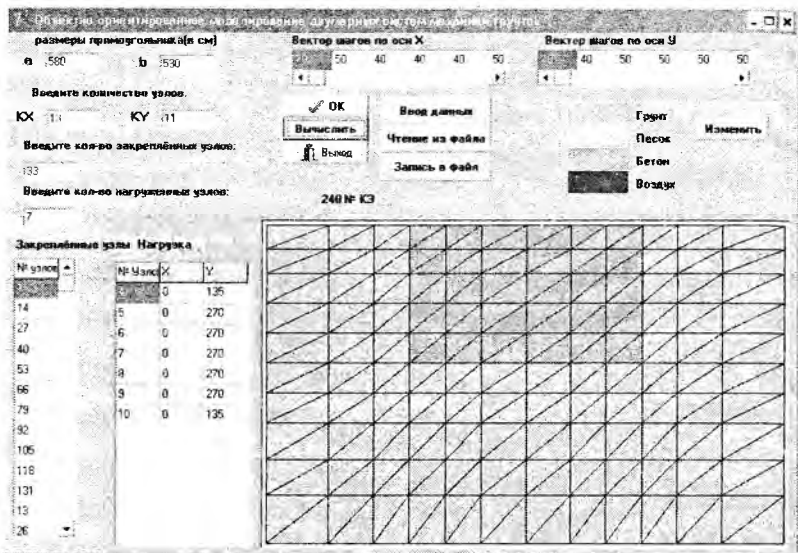


Рис. 2. Постановка базовой задачи и дискретизация расчётной области

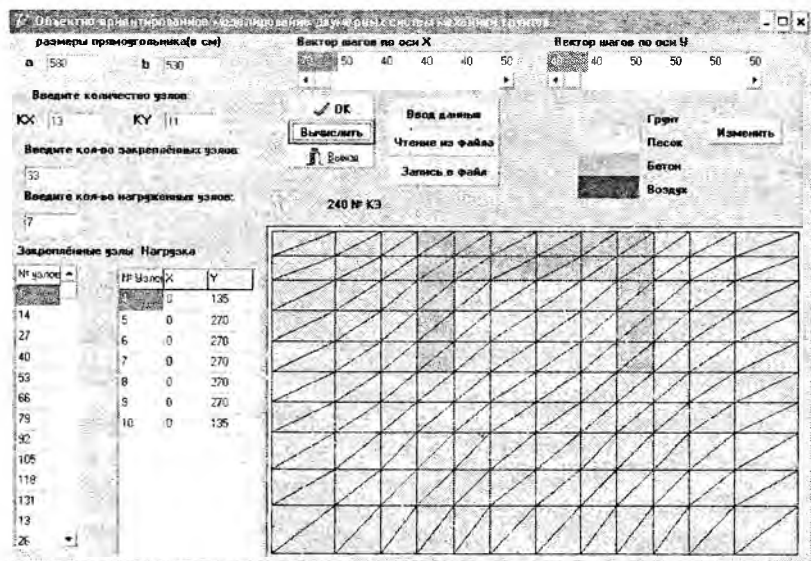


Рис. 3. Коробчатый фундамент и дискретизация расчётной области

## Анализ результатов

Поставленная задача решалась при условии линейного и нелинейного деформирования элементов исходной системы. На рис. 2, 3, 4 верхняя граница расчётной области представлена узлами 1–13, узлы 4–10 принадлежат верхней части границы плиты, срединная часть поперечного сечения плиты показана узлами 44–48 и 57–61. Центральная часть полости коробчатой плиты представлена узлами: 45–47, 58–60. По значению перемещений в центральных узлах конструкции можно определить степень уплотнения грунта в полости коробчатой плиты, что показано на рис. 4 и в табл. 1, где размеры поперечного сечения плиты приняты равными 260×230 см.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25 26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38 39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51 52
53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64 65
66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77 78
79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90 91
92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103 104
105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116 117
118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129 130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142 143

Рис. 4. Схема дискретизации расчётной области

Как видно из таблицы, для внутренних узлов сплошного и коробчатого плитных фундаментов характерны незначительные горизонтальные перемещения. Сплошной плитный фундамент перемещается как твёрдое тело, при заданных условиях его осадка составила 1,64 см. При тех же исходных условиях осадка коробчатого плитного фундамента 1,7 см. Это увеличение осадки произошло за счёт уплотнения грунта внутри полости коробчатого фундамента, в верхней части полости уплотнение несколько большее, чем уплотнение в нижней части, что показано в табл. 1. Значение осадок при других размерах поперечного сечения сплошной и коробчатой плит и их экономическая эффективность приведены в табл.2.

Таблица 1

Значения горизонтальных и вертикальных составляющих перемещений в узлах деформируемой области плитных фундаментов (см)

№ узлов	Плитный сплошной фундамент				Плитный коробчатый фундамент			
	Линейное решение		Нелинейное решение		Линейное решение		Нелинейное решение	
	u	v	u	v	u	v	u	v
6	- 0,002	1,64	- 0,003	2,62	- 0,003	1,700	- 0,003	2,74
7	- 0,002	1,64	- 0,002	2,62	- 0,005	1,707	- 0,0006	2,75
8	- 0,003	1,64	- 0,002	2,63	- 0,008	1,71	- 0,004	2,76
32	- 0,006	1,64	- 0,005	2,62	- 0,015	1,7	- 0,017	2,74
33	- 0,006	1,64	- 0,006	2,62	- 0,013	1,7	- 0,014	2,75
34	- 0,006	1,64	- 0,006	2,63	- 0,011	1,71	- 0,012	2,76
45	- 0,008	1,63	- 0,01	2,62	- 0,035	1,64	- 0,05	2,65
46	- 0,008	1,64	- 0,01	2,62	- 0,014	1,62	- 0,019	2,61
47	- 0,008	1,64	- 0,01	2,62	- 0,011	1,65	- 0,016	2,65
58	- 0,001	1,63	- 0,015	2,62	- 0,045	1,57	- 0,064	2,51
59	- 0,001	1,64	- 0,015	2,62	- 0,005	1,51	- 0,006	2,42
60	- 0,001	1,64	- 0,015	2,63	- 0,02	1,56	- 0,033	2,51

Таблица 2

Осадки сплошных и коробчатых фундаментных плит (см)

$h_{пс}$	230	180	130	80
$h_{п}$	150	100	50	0
$S_{пс}^л$	1,64	1,9	2,2	2,6
$S_{пс}^н$	2,62	3,2	3,9	4,8
$S_{пк}^л$	1,7	1,96	2,25	-
$S_{пк}^н$	2,75	3,3	4,0	-
$C_{\%}$	45	38,5	26,6	-

$h_{пс}$  – толщина сплошной фундаментной плиты;

$h_{п}$  – высота полости коробчатой фундаментной плиты;

$S_{пс}^л, S_{пс}^н$  – осадки сплошной фундаментной плиты при линейном и нелинейном деформировании основания;

$S_{пк}^л, S_{пк}^н$  – осадки коробчатой фундаментной плиты при линейном и нелинейном деформировании основания.

$C_{\%}$  – экономическая эффективность коробчатой фундаментной плиты различной высоты.

В целом при размерах поперечного сечения плиты равными 260×230 см несущая способность коробчатого плитного фундамента уменьшилась на 3,6 % при упругом деформировании и на 4,6 % при неупругом деформировании грунтового основания. Эти данные говорят о сопоставимой несущей способности рассматриваемых типов фундаментов. Экономический эффект будет определяться размерами полости коробчатого плитного фундамента и может быть значительным, что показано в табл. 2.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.
2. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
3. Быховцев, В.Е. Два эффективных метода решения краевых задач нелинейной теории упругости. объектов / В.Е. Быховцев // Материалы, технологии, инструменты. – 2002. – № 4. – С. 5–7.
4. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твёрдых деформируемых средах / М.А. Журавков. – Минск: БГУ, 2002. – 456 с.
5. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М.: Стройиздат, 1963. – 542 с.