

типа АДТ-2000. Сравнение экспериментальных характеристик  $M(s)$  и  $I(s)$  характеристик, полученных на основе параметрической идентификации для двухконтурной схемы ротора, показало, что погрешность расчетов не превышает 5 %.

#### Литература

1. Сивокобыленко В.Ф., Гармаш В.С. Определение параметров схем замещения асинхронных и синхронных двигателей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1982. № 5.
2. Ланне А.А. Оптимальный синтез линейных электрических схем. М.: Связь, 1978. 334 с.
3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 534 с.

УДК 621.313.17 - 193.001.24

#### АСИНХРОННЫЙ ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД

В.И.Луковников, М.Н.Погоуляев, В.П.Середа

Гомельский политехнический институт

Асинхронный колебательный электропривод наиболее просто реализуется при раздельном подключении статорных обмоток двухфазного асинхронного электродвигателя к источникам постоянного и синусоидального напряжения [1]. При этом колебания его вала будут происходить с частотой синусоидального напряжения, то есть будут высокочастотными.

Анализ колебательного режима, проведенный отдельно для медленных и быстрых составляющих, как это делалось, например, в работе [2], дает в данном случае большую погрешность и требует обычно коррекцию полученного результата.

В данной работе излагается аналитическое решение системы дифференциальных уравнений колебательного АД методом Лукова Г.Е. [3], свободное от указанного недостатка.

При известных допущениях обобщенный асинхронный электродвигатель в системе координат  $\alpha, \beta$ , жестко связанной с осями фазных обмоток первичного элемента, описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\left\{ \begin{aligned} U_{as} &= i_{as} r_s + L_s \frac{di_{as}}{dt} + M \frac{di_{ar}}{dt}; \\ U_{ps} &= i_{ps} r_s + L_s \frac{di_{ps}}{dt} + M \frac{di_{pr}}{dt}; \\ U_{ar} &= i_{ar} r_r + L_r \frac{di_{ar}}{dt} + M \frac{di_{as}}{dt} + \xi (M i_{ps} + L_r i_{pr}); \\ U_{pr} &= i_{pr} r_r + L_r \frac{di_{pr}}{dt} + M \frac{di_{ps}}{dt} - \xi (M i_{as} + L_r i_{ar}); \\ Q_{эм} &= K_q M (i_{ps} i_{ar} - i_{as} i_{pr}) = L_{мех} \frac{d\xi}{dt} + R_{мех} \xi + C_{мех} \int \xi dt, \end{aligned} \right. \quad (I)$$

где  $U_{as}, U_{ps}, U_{ar}, U_{pr}; i_{as}, i_{ps}, i_{ar}, i_{pr}; r_s, r_r; L_s, L_r, M$  - напряжения, токи, активные сопротивления, полные индуктивности фазы обмоток и взаимная индуктивность между обмотками первичного  $S$  и вторичного  $r$  элементов;  $\xi$  - скорость изменения обобщенной координаты подвижного элемента;  $Q_{эм}$  - обобщенное электромагнитное усилие;  $C_{мех}, R_{мех}, L_{мех}$  - обобщенные коэффициенты позиционной, демпфирующей и инерционной сил двигателя и нагрузки;  $K_q$  - обобщенный силовой коэффициент.

При угловых колебаниях ротора двигателей вращательного движения  $\xi = \omega_r = d\Phi/dt$ ,  $K_q = 1$ , а при прямолинейных колебаниях бегуна линейного электродвигателя  $\xi = \frac{x}{p\tau} \frac{dx}{dt}$ ,  $K_q = \frac{x^2}{p^2\tau^2}$ ,

где  $\Phi$  и  $x$  - угловая и линейная координаты подвижного элемента двигателей;  $\tau$  - полюсное деление;  $p$  - число пар полюсов. Все обмотки приведены к фазной обмотке  $as$ .

В соответствии со способом возбуждения колебательного режима  $U_{as} = U_{asm} \sin \omega t$ ,  $U_{ps} = U_{ps}$ ,  $U_{ar} = U_{pr} = 0$ , где  $U_{asm}, \omega$  - амплитуда и круговая частота синусоидального питающего напряжения обмотки  $as$ ;  $U_{ps}$  - постоянное напряжение на обмотке  $ps$ .

Будем учитывать в законе колебательного движения только первую гармонику  $\xi = \xi_m \sin(\omega t + \alpha_\xi)$ . Здесь  $\xi_m, \alpha_\xi$  - амплитуда и фаза первой гармоники колебательной скорости.

Осуществим комплексное преобразование первых четырех уравнений системы (I) с учетом [3].

$$\underline{U}_{as} = \underline{I}_{as} (r_s + j\omega L_s) + j\omega M \underline{I}_{ar};$$

$$\underline{U}_{ps} = \underline{I}_{ps} (r_s + j\omega L_s) + j\omega M \underline{I}_{pr};$$

$$0 = I_{ar1}(r_r + j\omega L_s) + j\omega M I_{as1} - 0,5jM\epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{ps1-1} - e^{-j\alpha k} I_{ps1+1}) - 0,5jL_r \epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{pr1-1} - e^{-j\alpha k} I_{pr1+1}), \quad (2)$$

$$0 = I_{pr1}(r_r + j\omega L_r) + j\omega M I_{ps1} + 0,5jM\epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{as1-1} - e^{-j\alpha k} I_{as1+1}) + 0,5jL_r \epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{ar1-1} - e^{-j\alpha k} I_{ar1+1}),$$

где комплексные изображения фазных напряжений имеют вид

$$U_{as1} = \begin{cases} U_{asm} & \text{при } \nu = 1, \\ 0 & \text{при } \nu \neq 1, \end{cases} \quad U_{ps1} = \begin{cases} 2jU_{ps} & \text{при } \nu = 0, \\ 0 & \text{при } \nu \neq 0. \end{cases}$$

При  $\nu = 0, 1$  и неучете гармоник токов номерами  $\nu \geq 2$  систему комплексных уравнений (2) преобразуем к виду

$$0 = I_{as0} r_s,$$

$$2jU_{ps} = I_{ps0} r_s,$$

$$0 = I_{ar0} r_r + 0,5jM\epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{ps1} + e^{-j\alpha k} I_{ps1}) + 0,5jL_r \epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{pr1} + e^{-j\alpha k} I_{pr1}),$$

$$0 = I_{pr0} r_r - 0,5jM\epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{as1} + e^{-j\alpha k} I_{as1}) - 0,5jL_r \epsilon_m (e^{j\alpha k} I_{ar1} + e^{-j\alpha k} I_{ar1}),$$

$$U_{asm} = I_{as1} z_{s1} + jx_m I_{ar1},$$

$$0 = I_{ps1} z_{s1} + jx_m I_{pr1},$$

$$0 = I_{ar1} z_{r1} + jx_m I_{as1} - 0,5jM\epsilon_m I_{ps0} e^{j\alpha k} - 0,5jL_r \epsilon_m I_{pr0} e^{j\alpha k},$$

$$0 = I_{pr1} z_{r1} + jx_m I_{ps1} + 0,5jM\epsilon_m I_{as0} e^{j\alpha k} + 0,5jL_r \epsilon_m I_{ar0} e^{j\alpha k},$$

где  $z_{s1} = r_s + j\omega L_s$ ,  $z_{r1} = r_r + j\omega L_r$ ,  $x_m = \omega M$ .

Здесь в соответствии с [3] имелось в виду, что

$$I_{ps(-1)} = -I_{ps1}, \quad I_{as(-1)} = -I_{as1}.$$

Решая систему (3), сначала получим комплексные, а затем и временные значения фазных статорных токов из нулевой и первой гармонических составляющих:

$$i_{as} = i_{as0} + i_{as1}, \quad i_{ps} = i_{ps0} + i_{ps1}, \quad i_{pr} = i_{pr0} + i_{pr1}, \\ i_{ar} = i_{ar0} + i_{ar1}.$$

где

$$i_{\alpha s 0} = 0, \quad i_{\beta s 0} = I_{\beta s 0}, \quad i_{\alpha r 0} = 0, \quad i_{\beta s 1} = 0, \quad i_{\beta r 1} = 0,$$

$$i_{\beta r 0} = I_{\beta r 0}, \quad i_{\alpha r 1} = I_{\alpha r 1} \sin(\omega t + \varphi_{\alpha r 1}), \quad i_{\alpha s 1} = I_{\alpha s 1} \sin(\omega t + \varphi_{\alpha s 1}),$$

$$I_{\alpha r 1} = \frac{\sqrt{(m_1 a_1 - m_1 c_1 + n_1 b_1 - n_1 d_1)^2 + (m_1 b_1 + m_1 d_1 - n_1 a_1 - n_1 c_1)^2}}{a_1^2 + b_1^2 - c_1^2 - d_1^2},$$

$$\varphi_{\alpha r 1} = \alpha_{\xi} - \operatorname{arctg} \frac{m_1 b_1 + m_1 d_1 - n_1 a_1 - n_1 c_1}{m_2 a_2 + m_2 c_2 + n_2 b_2 + n_2 d_2}, \quad I_{\beta s 0} = \frac{U_{\beta s}}{r_s},$$

$$I_{\alpha s 1} = \frac{\sqrt{(m_2 a_2 + m_2 c_2 + n_2 b_2 + n_2 d_2)^2 + (m_2 b_2 - m_2 d_2 - n_2 a_2 - n_2 c_2)^2}}{a_2^2 + b_2^2 - c_2^2 - d_2^2},$$

$$\varphi_{\alpha s 1} = \alpha_{\xi} - \operatorname{arctg} \frac{m_2 b_2 - m_2 d_2 - n_2 a_2 - n_2 c_2}{m_2 a_2 + m_2 c_2 + n_2 b_2 + n_2 d_2}, \quad I_{\beta r 0} = \frac{m_3}{a_3 - c_3}.$$

Здесь обозначено

$$m_1 = 4r_r r_s x_m U_{\alpha s m} (x_s \sin \alpha_{\xi} - r_s \cos \alpha_{\xi}),$$

$$n_1 = 2ML_r \xi_m^2 r_s U_{\alpha s m} (r_s \cos \alpha_{\xi} - x_s \sin \alpha_{\xi}) + 4r_r r_s x_m U_{\alpha s m} (x_s \cos \alpha_{\xi} + r_s \sin \alpha_{\xi}) + 4r_r M \xi_m U_{\beta s} (r_s^2 + x_s^2),$$

$$a_1 = 4x_r r_r r_x (r_s^2 + x_s^2) - 4r_s r_r x_m^2 x_s - ML_r \xi_m^2 x_m r_s^2,$$

$$b_1 = ML_r \xi_m^2 x_m r_s x_s - L_r^2 \xi_m^2 r_s (r_s^2 + x_s^2) - 4r_r^2 r_s (r_s^2 + x_s^2) - 4r_r r_s^2 x_m^2,$$

$$c_1 = ML_r \xi_m^2 r_s^2,$$

$$d_1 = ML_r \xi_m^2 x_m x_s r_s - L_r^2 \xi_m^2 r_s (r_s^2 + x_s^2),$$

$$m_2 = 4r_s r_r (r_r \cos \alpha_{\xi} + x_r \sin \alpha_{\xi}) U_{\alpha s m},$$

$$n_2 = (4r_s r_r x_r \cos \alpha_{\xi} - 4r_r^2 r_s \sin \alpha_{\xi} - 2L_r^2 \xi_m^2 r_s \sin \alpha_{\xi}) U_{\alpha s m} - 4x_m r_r M \xi_m U_{\beta s},$$

$$a_2 = 4r_s r_r (x_m^2 + r_s r_r - x_s x_r) + L_r^2 \xi_m^2 r_s^2,$$

$$b_2 = L_r^2 \xi_m^2 r_s x_s - ML_r \xi_m^2 x_m r_s + 4r_s r_r (x_s r_r + x_r r_s),$$

$$c_2 = L_r^2 \xi_m^2 r_s^2, \quad d_2 = L_r M \xi_m^2 x_m^2 r_s - L_r^2 \xi_m^2 x_s r_s,$$

$$a_3 = -2L_r M \xi_m^2 r_s^2 x_m^2 (r_s x_r + r_r x_s) + 2L_r^2 \xi_m^2 x_m r_s^2 r_r (r_s^2 + x_s^2) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2L_r^2 \xi_m^2 \chi_m^3 r_s^3 + 8r_s^2 r_r \chi_m (r_s^2 + \chi_s^2)(r_r^2 + \chi_r^2) + 8r_s^2 r_r \chi_m^3 (\chi_m^2 + 2r_s r_r - 2\chi_r \chi_s), \\
C_3 = & 2L_r M \xi_m^2 \chi_m^2 r_s^2 (r_s \chi_r + r_r \chi_s) - 2L_r^2 \xi_m^2 r_s^2 \chi_m r_r (r_s^2 + \chi_s^2) - 2L_r^2 \xi_m^2 \chi_m^3 r_s^3, \\
m_3 = & (-4r_s^2 \chi_m M \chi_s U_{asm} (r_r^2 + \chi_r^2) + 4r_s^2 \chi_m^3 \chi_r M U_{asm} + 4r_s^2 L_r \chi_m^2 U_{asm} (r_s r_r - \chi_s \chi_r) - \\
& - 4r_s^2 L_r U_{asm} \chi_m^2 (\chi_m^2 + 2r_s r_r - 2\chi_r \chi_s) \xi_m \sin \alpha_s + (4r_s^3 \chi_m M U_{asm} (r_r^2 + \chi_r^2) + \\
& + 4r_s^2 r_r \chi_m^2 M U_{asm} - 4r_s^2 L_r \chi_m^2 U_{asm} (r_s \chi_r + r_r \chi_s)) \xi_m \cos \alpha_s + \\
& + (4r_s^2 \chi_m^2 M^2 U_{ps} (r_s \chi_r + r_r \chi_s) - 4r_s^2 r_r \chi_m M L_r (r_s^2 + \chi_s^2) - \\
& - 4r_s^2 \chi_m^3 M L_r U_{ps}) \xi_m^2.
\end{aligned}$$

Анализ полученных выражений токов показывает, что их значения определяются не только значениями приложенных напряжений и электрических параметров, но и скоростью подвижного элемента. Это обстоятельство не позволяет непосредственно использовать выражения (4) для определения токов, поскольку значения скорости  $\xi_m$  и ее начальной фазы  $\alpha_s$  еще не известны. Их можно определить, решив последнее уравнение системы (I) — уравнение движения, записанное при известной нагрузке двигателя:

$$L_{\text{мех}} \frac{d\xi}{dt} + R_{\text{мех}} \xi + C_{\text{мех}} \int \xi dt = K_g M (i_{ps} i_{dr} - i_{ds} i_{pr}). \quad (5)$$

Подставляя в уравнение (5) выражения скорости  $\xi$  и токов  $i_{ds}$ ,  $i_{ps}$ ,  $i_{dr}$ ,  $i_{pr}$ , по методу гармонического баланса составим систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
& -m \xi_m \omega \sin \alpha_s + R_{\text{мех}} \xi_m \cos \alpha_s + \frac{C_{\text{мех}} \xi_m}{\omega} \sin \alpha_s = K_g M (I_{\text{мар1}}(\xi_m, \alpha_s) \times \\
& \times I_{\text{pso}}(\xi_m, \alpha_s) \cos \varphi_{dr1}(\xi_m, \alpha_s) - I_{\text{mas1}}(\xi_m, \alpha_s) I_{\text{pro}}(\xi_m, \alpha_s) \times \\
& \times \cos \varphi_{ds1}(\xi_m, \alpha_s)), \\
& m \xi_m \omega \cos \alpha_s + R_{\text{мех}} \xi_m \sin \alpha_s - \frac{C_{\text{мех}} \xi_m}{\omega} \cos \alpha_s = K_g M I_{\text{мар1}} \times \\
& \times (\xi_m, \alpha_s) I_{\text{pso}}(\xi_m, \alpha_s) \sin \varphi_{dr1}(\xi_m, \alpha_s) - I_{\text{mas1}}(\xi_m, \alpha_s) \times \\
& \times I_{\text{pro}}(\xi_m, \alpha_s) I_{\text{pro}}(\xi_m, \alpha_s) \sin \varphi_{ds1}(\xi_m, \alpha_s). \quad (6)
\end{aligned}$$

Решая систему (6), можно определить конкретные значения  $\xi_m$  и  $\alpha_s$ , а по соотношениям (4) и (5) можно рассчитать токи в фазных обмотках и величину электромагнитного усилия. Справедливость полученных

соотношений подтверждается, в частности, их совпадением при  $\xi = 0$  с выражениями, полученными в работе [2].

#### Литература

1. Луковников В.И. Электропривод колебательного движения. М.: Энергоатомиздат, 1984. 154 с.
2. Погуляев М.Н. Колебательный режим работы асинхронного электродвигателя при питании его постоянным и синусоидальным напряжением // Динамика электрических машин / ОмПИ. Омск, 1986. С. 127-130.
3. Пухов Г.Е. Комплексное исчисление и его применение к расчету периодических и переходных процессов в системах с постоянными, переменными и нелинейными параметрами. Таганрог, 1956. 240 с.

УДК 621.3.013.4

#### РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОДНОВИТКОВОГО ТОНКОСТЕННОГО ДИСКОВОГО ИНДУКТОРА, ПОМЕЩЕННОГО НАД ПРОВОДЯЩИМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

И.А.Галкин, А.А.Польнов, Ю.А.Попов

Чувашский государственный университет им. И.Н.Ульянова

В аппаратуре для электрофизических исследований и установках для технологических целей находят применение одновитковые тонкостенные дисковые индукторы, работающие в условиях резко выраженного поверхностного эффекта. При расчете процессов взаимодействия электромагнитного поля индуктора с проводящей средой в некоторых случаях необходимо знать распределение тока по поверхности индуктора и величину эквивалентной индуктивности индукторной системы. Строгие расчеты таких систем связаны с большими математическими трудностями, в связи с этим, находят применение приближенные методы расчета, позволяющие использовать полученные результаты в инженерных расчетах [1].

Рассмотрим расчет напряженности магнитного поля и распределение плотности тока по поверхности индуктора индукторной системы, показанной на рис. 1, а методом "сворачивания", предложенным в работе [2]. Сущность метода заключается в следующем: сначала определяется плотность тока  $J_{пл}$  на поверхности индуктора в плоскопараллельном приближении, а затем производится "сворачивание" этой системы в цилиндрическую. В выражении для плотности тока  $J_{пл}$  длину токовой полосы индук-