

ТЕПЛОТЕХНИКА

А. М. ФАЙНЗИЛЬБЕР

ВОПРОСЫ ТЕПЛОвого МОДЕЛИРОВАНИЯ

(Представлено академиком М. В. Кирпичевым 22 XI 1947)

1. Теория теплового моделирования — отечественная теория; она была заложена в СССР работами акад. М. В. Кирпичева. Эта теория получила чрезвычайно широкое и плодотворное применение в промышленности, позволив наиболее надежно и эффективно изучать работу тепловых агрегатов.

Настоящая работа посвящена одной из проблем указанной теории — вопросам теплового моделирования одной вязкой среды другой. В связи с этим в работе устанавливаются закономерности влияния рода газа на тепловые процессы, происходящие в быстро движущемся газовом потоке.

2. Мы располагаем термодинамическим законом сохранения энергии

$$c_p = \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

и гидродинамическим уравнением (3)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2)$$

Здесь u и v — компоненты скорости, T — абсолютная температура, ρ — плотность, λ — коэффициент теплопроводности, μ — динамический коэффициент вязкости, τ — напряжение трения.

Следуя нашим работам (4), введем в качестве независимых переменных x и безразмерную скорость $u_1 = u/\bar{u}$, а в качестве зависимых переменных

$$T_1 = \frac{T}{\bar{T}}, \quad \tau_1 = \frac{\tau}{\bar{V}x}$$

(\bar{u} и \bar{T} — соответственно значения скорости и температуры адиабатического потока).

Система (1) — (2) в новых переменных сведется к уравнению

$$\tau_1 \frac{d^2 T_1}{du_1^2} + (1 - \text{Pr}) \frac{d\tau_1}{du_1} \frac{dT_1}{du_1} + (\kappa - 1) \text{Pr} \bar{V}^2 \tau_1 = 0 \quad (3)$$

Здесь Pr — число Прандтля, \bar{V} — число Барстоу — Маха.

τ_1 на основании (2) и соответствующих граничных условий можно выразить по закону

$$\tau_1 = A_0(1 - u_1^3). \quad (4)$$

Уравнение (3), следовательно, сведется к уравнению

$$\frac{d^2 T_1}{du_1^2} - \frac{3bu_1^2}{1-u_1^3} \frac{dT_1}{du_1} + a = 0, \quad (5)$$

где $b = 1 - Pr$, $a = (\kappa - 1) Pr \bar{B}^2$.

Решение уравнения (5) удобно представить в виде ряда

$$T_1 = \frac{T}{\bar{T}} = \frac{T_0}{\bar{T}} + \frac{\left[\frac{a}{2} (1+0,3b) + 1 - \frac{T_0}{\bar{T}} \right]}{1+0,32b+0,07b^2} u_1 - \frac{a}{2} u_1^2 + \\ + \frac{b}{4} \frac{\frac{a}{2} (1+0,3b) + 1 - \frac{T_0}{\bar{T}}}{1+0,32b+0,07b^2} u_1^4 - \frac{3ab}{20} u_1^5 + b(b+1) \frac{\frac{a}{2} (1+0,3b) + 1 - \frac{T_0}{\bar{T}}}{14+4,5b+b^2} u_1^7 + \dots \quad (6)$$

Для пара ($\kappa = 1,30$; $Pr = 1$) получаем из (6)

$$T_1 = \frac{T_0}{\bar{T}} + \left(0,150 \bar{B}^2 + 1 - \frac{T_0}{\bar{T}} \right) u_1 - 0,150 \bar{B}^2 u_1^2.$$

Для воздуха ($\kappa = 1,41$; $Pr = 0,73$) (6) дает

$$T_1 = \frac{T_0}{\bar{T}} + \left[0,36 \bar{B}^2 + 0,873 \left(1 - \frac{T_0}{\bar{T}} \right) \right] u_1 - 0,144 \bar{B}^2 u_1^2 + \\ + \left[0,009 \bar{B}^2 + 0,061 \left(1 - \frac{T_0}{\bar{T}} \right) \right] u_1^4 - 0,012 \bar{B}^2 u_1^5 + \\ + \left[0,003 \bar{B}^2 + 0,022 \left(1 - \frac{T_0}{\bar{T}} \right) \right] u_1^7 + \dots$$

Т а б л и ц а 1

u_1	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\bar{B} = 0$						
T_1 пара	0,300	0,440	0,500	0,720	0,960	1,000
T_1 возд.	0,300	0,425	0,551	0,680	0,900	1,000
$\bar{B} = 0,7$						
T_1 пара	0,300	0,452	0,598	0,738	0,872	1,000
T_1 возд.	0,300	0,433	0,561	0,688	0,798	1,000
$\bar{B} = 2$						
T_1 пара	0,300	0,536	0,724	0,864	0,956	1,000
T_1 возд.	0,300	0,508	0,670	0,796	0,880	1,000

Табл. 1 дает распределение температур в паре и воздухе для различных скоростей движения (т. е. для различных чисел \bar{V}). Эта таблица (приведены данные для случая $T_0/\bar{T}=0,3$) показывает, что поправка при моделировании пара воздухом не превышает 4—8% даже для очень больших скоростей.

3. Если рассматривать случай отсутствия теплоотдачи на профиле, то распределения температур в паре и воздухе оказываются чрезвычайно близкими.

В этом случае получаем закон распределения температур в виде

$$\frac{T-T_0}{\bar{T}} = -\frac{x-1}{2} \text{Pr} \bar{V}^2 u^2, \quad (7)$$

и условием теплового моделирования является инвариантность критерия $K=(x-1)\text{Pr}$ относительно рода газа.

Для пара ($x=1,30$; $\text{Pr}=1$) находим $K=0,300$. Для воздуха ($x=1,41$; $\text{Pr}=0,73$) находим $K=0,299$, что указывает на допустимость моделирования пара воздухом без введения поправочных коэффициентов.

4. Если скорости движения пара не превышают 0,5 скорости звука, то движение пара можно считать изогермическим. В этом случае, вводя в качестве зависимой переменной полную энергию

$$i = \frac{u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho}, \quad (8)$$

а в качестве независимых переменных

$$X = \mu \int \rho dx, \quad Y = \psi(x, y)$$

(где ψ — функция тока), получаем уравнение, универсальное относительно рода газа (различные вязкие среды отличаются только видом функции X ; для жидкости $\rho = \rho_0 = \text{const}$ и, следовательно, $X = \mu_0 \rho_0 x$;

для газа $\rho = \frac{p}{RT_0}$ и, следовательно, $X = \frac{\mu}{RT_0} \int p dx$)

$$\frac{\partial Q}{\partial X} = \sqrt{2(Q - Q_0)} \frac{\partial^2 Q}{\partial Y^2}. \quad (9)$$

Здесь Q — энергия, отсчитываемая от значения, соответствующего адиабатическому потоку.

Граничные условия уравнения (9) суть

$$\text{при } Y=0 \quad Q = Q_0; \quad (10)$$

$$\text{при } Y=\infty \quad Q=0. \quad (11)$$

Универсальность системы (9—11) относительно среды дает способ моделирования изотермических течений одной вязкой среды другой (пара — воздухом, пара — жидкостью и т. д.).

5. Аналогично показывается возможность моделирования скоростных измерений пара воздухом. По этому поводу см. нашу работу⁽⁵⁾.

Поступило
22 XI 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. В. Кирпичев, Теплопередача, 1940. ² М. В. Кирпичев и М. А. Михеев, Моделирование тепловых устройств, изд. АН СССР, 1936. ³ Н. Е. Кочин, И. А. Кибель и Н. В. Розе, Гидромеханика, ч. II, 1941. ⁴ А. М. Файнзильбер, ДАН, 48, № 7 (1945); 48, № 8 (1945). ⁵ А. М. Файнзильбер, ДАН, 51, № 7 (1946). ⁶ А. М. Файнзильбер, ДАН, 51, № 8 (1946).