УДК 621.313.17-193.001.24

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПИТАНИИ ЕГО ПОСТОЯННЫМ И СИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМИ

М.Н.Погуляев

Гомельский политехнический институт

В системе координат α, β, жестко связанной с осями фазных обмоток первичного элемента (статора или индуктора), обобщенный асинхронный электродвигатель при обычных допущениях описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1].

Допустим, что фазные напряжения первичного элемента представлены в виде

$$U_{\alpha s}=\sqrt{2}\,U_{\alpha s1}\sin(\omega_1 t+\varphi_{\alpha s1});\quad U_{\beta s}=U_{\beta s2},$$

где $U_{\alpha s1}$, ω_1, $\varphi_{\alpha s1}$ - действующее значение, частота и начальная фаза переменного напряжения, $U_{\beta s2}$ - величина постоянного напряжения.

В этом случае колебательный режим работы асинхронного двигателя с немагнитным короткозамкнутым вторичным элементом при нагружении инерционной, демпфирующей и позиционной силами описывается системой [1], преобразованной к виду

$$\begin{cases}\sqrt{2}\,U_{\alpha s1}\sin(\omega_1 t+\varphi_{\alpha s1})=i_{\alpha s}r_s+L_s\dfrac{di_{\alpha s}}{dt}+M\dfrac{di_{\alpha r}}{dt};\\ U_{\beta s2}=i_{\beta s}r_s+L_s\dfrac{di_{\beta s}}{dt}+M\dfrac{di_{\beta r}}{dt};\\ 0=i_{\alpha r}r_r+L_r\dfrac{di_{\alpha r}}{dt}+M\dfrac{di_{\alpha s}}{dt}+\xi(Mi_{\beta s}+L_r i_{\beta r});\\ 0=i_{\beta r}r_r+L_r\dfrac{di_{\beta r}}{dt}+M\dfrac{di_{\beta s}}{dt}-\xi(Mi_{\alpha s}+L_r i_{\alpha r});\\ q_{эм}=K_q M(i_{\beta s}i_{\alpha r}-i_{\alpha s}i_{\beta r})=L_{мех}\dfrac{d\xi}{dt}+R_{мех}\xi+C_{мех}\int\xi\,dt.\end{cases}\qquad(1)$$

где $C_{мех}$, $R_{мех}$, $L_{мех}$ - обобщенные коэффициенты позиционной, демпфирующей и инерционных сил двигателя и нагрузки; $U_{\alpha s}$, $U_{\beta s}$, $i_{\alpha s}$, $i_{\beta s}$, $i_{\alpha r}$, $i_{\beta r}$, r_s, r_r, L_s, L_r, M - соответственно напряжения, токи, активные сопротивления, полные индуктивности фазных обмоток и взаимная индуктивность между обмотками первичного s и вторичного r элементов; ξ - скорость изменения обобщенной координаты подвижного элемента; $q_{эм}$ - обобщенная электромагнитная сила; K_q - обобщенный силовой коэффициент.

Для простоты математических выкладок примем начальную фазу напряжения $\varphi_{\alpha s1} = 0$.

Допустим, что в первых четырех уравнениях системы (I) $\xi = const$. Величина погрешности, вносимая этим допущением, будет определяться принятым значением ξ. При гармоническом законе изменения обобщенной скорости, ее можно принять равной действующему значению. Тогда решение первых четырех уравнений системы (I) в комплексном виде при частоте ω_1 есть

$$i_{\alpha s1} = \frac{\sqrt{2}\, U_{\alpha s1} \sqrt{(A_1 + B_1\xi^2)^2 + (C_1 + D_1\xi^2)^2}}{\sqrt{(M_1 + N_1\xi^2)^2 + (K_1 + R_1\xi^2)^2}} \sin\left(\omega_1 t + \operatorname{arctg}\frac{C_1 + D_1\xi^2}{A_1 + B_1\xi^2} - \operatorname{arctg}\frac{K_1 + R_1\xi^2}{M_1 + N_1\xi^2}\right);$$

$$i_{\beta s1} = \frac{\sqrt{2}\, U_{\alpha s1}\, \xi \sqrt{B_2^2 + D_2^2}}{\sqrt{(M_1 + N_1\xi^2)^2 + (K_1 + R_1\xi^2)^2}} \sin\left(\omega_1 t + \operatorname{arctg}\frac{D_2}{B_2} - \operatorname{arctg}\frac{K_1 + R_1\xi^2}{M_1 + N_1\xi^2}\right);$$

$$i_{\alpha r1} = \frac{\sqrt{2}\, U_{\alpha s1} \sqrt{(A_3 + B_3\xi^2)^2 + (C_3 + D_3\xi^2)^2}}{\sqrt{(M_1 + N_1\xi^2)^2 + (K_1 + R_1\xi^2)^2}} \sin\left(\omega_1 t + \operatorname{arctg}\frac{C_3 + D_3\xi^2}{A_3 + B_3\xi^2} - \operatorname{arctg}\frac{K_1 + R_1\xi^2}{M_1 + N_1\xi^2}\right);$$

$$i_{\beta r1} = \frac{\sqrt{2}\, U_{\alpha s1}\, \xi \sqrt{B_4^2 + D_4^2}}{\sqrt{(M_1 + N_1\xi^2)^2 + (K_1 + R_1\xi^2)^2}} \sin\left(\omega_1 t + \operatorname{arctg}\frac{D_4}{B_4} - \operatorname{arctg}\frac{K_1 + R_1\xi^2}{M_1 + N_1\xi^2}\right), \qquad (2)$$

где $A_1 = x_m^2 r_r + r_s r_r^2 - 2x_s x_r x_r - r_s x_r^2$; $B_1 = L_r r_s$; $C_1 = 2x_r r_s r_r + r_r^2 x_s + x_r x_m^2 - x_s x_r^2$; $D_1 = L_r^2 x_s - L_r x_m M$; $M_1 = (x_m^2 + r_s r_r - x_s x_r)^2 - (r_s x_r + r_r x_s)^2$; $N_1 = L_r^2 r_s^2 - (x_s L_r - x_m M)^2$; $B_2 = -x_m^2 L_r + M x_m x_r$; $D_2 = -M x_m r_r$; $A_3 = -x_s x_m r_r - x_r x_m r_s$; $B_3 = M L_r r_s$; $C_3 = x_m^3 + x_m r_s r_r - x_s x_r x_m$; $D_3 = x_s M L_r - x_m M^2$; $B_4 = x_m L_r x_s + M r_s r_r - M x_s x_L$; $D_4 = M x_r r_s + M x_s r_r - x_m L_r r_s$; в указанных выражениях $x_s = \omega_1 L_s$, $x_r = \omega_1 L_r$, $x_m = \omega_1 M$,

а при нулевой частоте

$$I_{\alpha s2} = 0; \quad I_{\beta s2} = \frac{U_{\beta s2}}{M_3}; \quad I_{\alpha r2} = \frac{U_{\beta s2} A_4 \xi^2}{M_4 + N_4\xi^2}; \quad I_{\beta r2} = \frac{U_{\beta s2} B_5 \xi}{M_4 + N_4\xi^2}, \qquad (3)$$

где $M_3 = r_s$, $A_4 = -M r_r$, $M_4 = r_s r_r^2$, $N_4 = r_s L_r^2$, $B_5 = -M L_r$.

Полные значения токов в фазных обмотках первичного и вторичного элементов

$$i_{\alpha s} = i_{\alpha s1} + I_{\alpha s2}; \quad i_{\beta s} = i_{\beta s1} + I_{\beta s2}; \quad i_{\alpha r} = i_{\alpha r1} + I_{\alpha r2}; \quad i_{\beta r} = i_{\beta r1} + I_{\beta r2}. \qquad (4)$$

Анализ полученных выражений токов показывает, что их величина определяется не только значениями приложенного напряжения и электрических параметров, но и скоростью подвижного элемента. Это обстоятельство не позволяет непосредственно воспользоваться выражениями (2), (3) для определения токов, поскольку значение скорости ξ еще не известно. Ее величину можно определить, решив уравнение движения, записанное при известной нагрузке двигателя

$$L_{мех}\frac{d^2\gamma}{dt^2}+R_{мех}\frac{d\gamma}{dt}+C_{мех}\gamma=q_{эм}, \tag{5}$$

где $\gamma=\int\xi\,dt$ – обобщенная координата положения подвижного элемента. Величина обобщенной электромагнитной силы $q_{эм}$, входящей в уравнение (8), определяется выражением

$$q_{эм}=K_q M\left(i_{\beta s}i_{\alpha r}-i_{\alpha s}i_{\beta r}\right).$$

Подстановка значений токов в это выражение позволяет связать величину $q_{эм}$ с электрическими параметрами двигателя, с параметрами источников питания и скоростью подвижного элемента. Получаемое при этом соотношение слишком громоздко, что неудобно в инженерных расчетах, поэтому разложим его по степеням $d\gamma/dt$ и ограничимся линейным приближением

$$q_{эм}\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)=q_{эм}(0)+q'_{эм}(0)\,\frac{d\gamma}{dt}. \tag{6}$$

Использованное упрощение дает небольшую погрешность (5) ввиду малости коэффициентов разложения при степенях выше первой. Это показано, например, при исследовании колебательного режима работы двухфазных асинхронных двигателей с полым ротором [2].

При этом выражение обобщенной электромагнитной силы имеет вид

$$q_{эм}=Q_1\sin\omega_1 t+Q_2\cos\omega_1 t+W\frac{d\gamma}{dt}, \tag{7}$$

где

$$Q_1=\frac{\sqrt{2}K_q M U_{\alpha s1}U_{\beta s2}\sqrt{A_3^2+C_3^2}}{M_3\sqrt{M_4^2+K_1^2}}\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{C_3}{A_3}-\operatorname{arctg}\frac{K_1}{M_1}\right);$$

$$Q_2=\frac{\sqrt{2}K_q M U_{\alpha s1}U_{\beta s2}\sqrt{A_3^2+C_3^2}}{M_3\sqrt{M_1^2+K_1^2}}\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{C_3}{A_3}-\operatorname{arctg}\frac{K_1}{M_1}\right);$$

$$W=K_q M\left(\frac{U_{\alpha s1}^2\sqrt{(B_2^2+D_2^2)(A_3^2+C_3^2)}}{M_1^2+K_1^2}\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{D_2}{B^2}-\operatorname{arctg}\frac{C_3}{A_3}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{U_{\beta s2}A_4}{M_4M_3}-\frac{U_{\alpha s1}^2\sqrt{(B_4^2+D_4^2)(A_1^2+C_1^2)}}{M_1^2+K_1^2}\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{C_1}{A_1}-\operatorname{arctg}\frac{D_4}{B_4}\right)\right).$$

Подставляя (7) в (5), преобразуем уравнение колебательного движения к виду

$$L_{мех}\frac{d^2\gamma}{dt^2}+\left(R_{мех}-W\right)\frac{d\gamma}{dt}+C_{мех}\gamma=Q_1\sin\omega_1 t+Q_2\cos\omega_1(t). \tag{8}$$

Решение этого уравнения для установившегося режима:

$$\gamma=\gamma_m\sin\left(\omega_1 t+\Psi_1\right), \tag{9}$$

где

$$\gamma_m = \frac{\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}; \quad \psi_1 = \beta_1 - arctg\frac{F_2}{F_1} + \alpha\pi; \quad F_1 = C_{мех} - L_{мех}\omega_1^2;$$

$F_2 = \omega_1(R_{мех} - W)$; γ_m, ψ_1 - амплитуда и фаза обобщенной координаты перемещения; $\beta_1 = arctg\frac{Q_2}{Q_1}$ - фаза гармонической составляющей электромагнитного усилия;

$$\alpha = 1, \text{ если } Q_2/Q_1 < 0 \text{ и } |Q_2/Q_1||F_2/F_1| > 1,$$

$$\alpha = -1, \text{ если } Q_2/Q_1 > 0 \text{ и } |Q_2/Q_1||F_2/F_1| > 1,$$

$$\alpha = 0, \text{ если } |Q_2/Q_1||F_2/F_1| < 1.$$

Таким образом, закон движения вторичного элемента

$$\gamma = \frac{\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} \sin\left(\omega_1 t + \beta_1 - arctg\frac{F_2}{F_1} + \alpha\pi\right),$$

а его скорость равна

$$\xi = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\omega_1\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} \cos\left(\omega_1 t + \beta_1 - arctg\frac{F_2}{F_1} + \alpha\pi\right). \quad (10)$$

Зная параметры источника питания, электродвигателя и нагрузки, можно найти величину обобщенной скорости, которая, как видно из выражения (10), изменяется по гармоническому закону с частотой, равной частоте переменного напряжения. Определив действующее значение этой скорости, по соотношениям (2), (3), (4) и (7) можно рассчитать токи в фазах и величину электромагнитного усилия электродвигателя. Таким образом, соотношения (2) - (4), (7), (9), (10) являются основой методики расчета колебательного режима работы асинхронного электродвигателя при питании его постоянным и синусоидальным напряжениями.

Литература

1. Луковников В.И. Электропривод колебательного движения. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
2. Луковникова С.А. Исследование электромеханических переходных процессов при колебательном режиме электродвигателей серии ДИД, АДП, ЭМ //Изв. Томск. политех. ин-та. Томск. 1975. Т. 267. С. 12-17.