Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LIX, № 4

ФИЗИКА

Л. БИБЕРМАН

ПРИБЛИЖЕННЫЙ СПОСОБ УЧЕТА ДИФФУЗИИ РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 29 XI 1947)

Ранее было показано, что строгий подход к задачам, связанным с диффузией резонансного излучения, приводит к интегральному уравнению, решение которого представляет известные трудности. В настоящем сообщении предлагается приближенный способ оценки роли диффузии излучения.

Рассмотрим некоторый объем возбужденного газа. Полное число фотонов резонансного излучения, вылетающих из всего объема, можно получить как разность между числом ударов первого и второго рода, вызывающих переходы на резонансный уровень и с него:

$$N=\int_v A dv-\int_v B dv. \tag{1}$$

Для элементарного объема условие стационарности запишется так:

$$\frac{n_a}{\tau}+B=\Delta N+A, \tag{2}$$

где n_a — концентрация возбужденных атомов на некотором уровне, τ — естественная продолжительность жизни этого уровня, ΔN — число фотонов, поглощенных в элементарном объеме, A и B — числа переходов на рассматриваемый уровень и с него, вызванные различными соударениями. Интегральное уравнение диффузии излучения получается в результате строгого учета величины ΔN.

Член n_a/τ, который дает число фотонов, вылетевших из элементарного объема, можно представить в виде суммы:

$$\frac{n_a}{\tau}=\Delta n_1+\Delta n_2,$$

где Δn_1 — число фотонов, вылетевших за пределы всего объема газа, а Δn_2 — число фотонов, поглощенных газом, окружающим выделенный элементарный объем.

Основное допущение состоит в том, что Δn_2 предполагается равным ΔN. Тогда вместо (2) получаем:

$$\Delta n_1=A-B. \tag{3}$$

Таким образом, равенство (1), справедливое для всего объема газа, распространяется на любой элементарный объем. Это допущение было бы вполне оправдано, если бы концентрация n_a не зависела от координат. В действительности, если концентрация в центральных областях выше, чем в краевых, то для центральных областей $\Delta n_2 > \Delta N$, а для краевых $\Delta n_1 < \Delta N$. Однако ошибка, которую вносит наше допущение, в ряде случаев не слишком велика.

Выражение (3) позволяет с известным приближением найти распределение возбужденных атомов как функцию координат. Пусть θ представляет собой вероятность вылета фотона из элементарного объема за пределы всей массы газа без поглощения. Тогда $\Delta n_1 = \frac{n_a}{\tau}\theta$.

Обозначим

$$\tau/\theta = \tau_{ef}\,; \tag{4}$$

тогда выражение (3) запишется так:

$$n_a/\tau_{ef} = A - B. \tag{5}$$

Выражение (5) отличается от условия стационарности, написанного для случая отсутствия диффузии излучения, только тем, что в первом члене вместо τ стоит τ_{ef}. Величину τ_{ef} можно рассматривать как локальную эффективную продолжительность жизни возбужденного состояния. Понятием эффективной продолжительности жизни, усредненной по всему объему излучающего газа, пользовались и раньше. Величина τ_{ef}, введенная выше, отличается тем, что она является функцией координат, и поэтому точнее описывает роль диффузии излучения.

Определение τ_{ef} сводится к вычислению функции θ. Для плоского слоя имеем:

$$\theta = 1 - \int_0^1 K\,|\,\xi - x\,|\,d\xi, \tag{6}$$

где x — координата элементарного объема, ξ — текущая координата при интегрировании.

Функция $K\,|\,\xi - x\,|$ в случае допплеровской формы линии имеет вид:

$$K\,|\,\xi - x\,| = \frac{k_0 l}{2\pi^{1/2}} \int_1^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-2\omega^2]\exp[-k_0 l\,|\,\xi - x\,|\,u e^{-\omega^2}]}{u}\,d\omega du.$$

Здесь сохранены обозначения, принятые ранее ([1]). Там же функция $K\,|\,\xi - x\,|$ табулирована и дано решение интегрального уравнения диффузии излучения для плоского слоя методом последовательных приближений. Причем в качестве первого приближения было использовано распределение возбужденных атомов в слое, полученное с помощью τ_{ef}. Этот прием сильно ускорил процесс решения.

Применение способа τ_{ef} к разряду дает более точные результаты, так как в этом случае возбуждение распределено по объему более равномерно и симметрично, чем в случае плоского слоя с односторонним оптическим возбуждением. С другой стороны, решение интегрального уравнения диффузии излучения для разряда (цилиндрическая задача) значительно сложнее, чем для плоского случая. Уравнение удается упростить, если при расчете числа актов возбуждения в элементарном объеме ограничиться учетом фотонов, возникших в пределах двух полусфер, описанных радиусами, равными расстоянию элементарного объема от стенки трубки, измеренному по диаметру. Это упрощение оправдывается с хорошим приближением для элементарных объемов, расположенных от стенки не ближе 2—3 свободных пробегов середины резонансной линии. В результате приближенного решения упрощенного интегрального уравнения было получено распределение возбужденных атомов по сечению разряда для различных оптических плотностей и условий возбуждения, показанное сплошными кривыми на рис. 1 (для случая оптической плотности $k_0 l = 100$). По оси ординат отложено отношение концентрации излучающих атомов к той, которая установилась бы при термодинамическом равновесии,

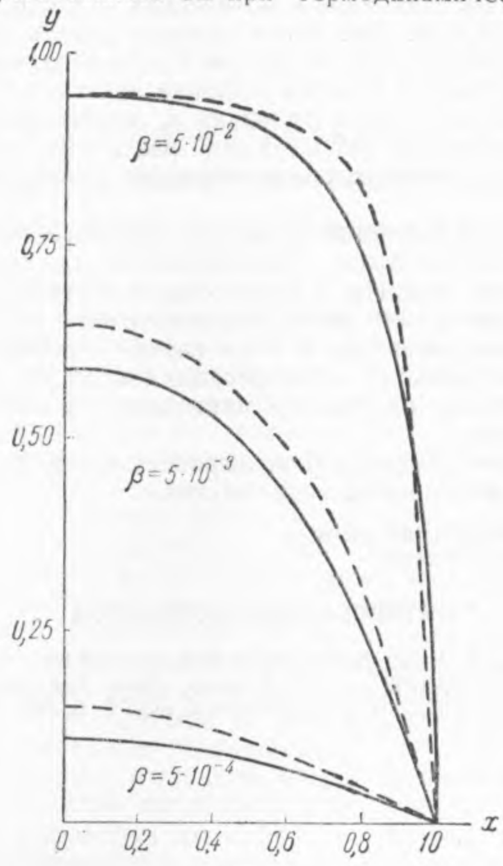

Рис. 1

соответствующем температуре электронов. Параметр β является отношением вероятности ударов второго рода, рассчитанной на один возбужденный атом, к вероятности спонтанного излучения. Вычисление β можно найти в работе В. А. Фабриканта ([2]).

Если воспользоваться для этого же случая способом τ_{ef}, то распределение возбужденных атомов можно легко получить из (5). Вероятность θ определится так:

$$\theta = \frac{f\,[k_0 l(1+x)] + f\,[k_0 l(1-x)]}{2},$$

где $k_0 l$ — оптическая плотность от оси разряда до стенки, x — расстояние от оси.

Значения функции $f(R) = \frac{1}{\pi^{1/2}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} e^{-Re^{-\omega^2}} d\omega$ можно найти в работе автора ([1]).

На рис. 1 пунктиром представлено распределение излучающих атомов по сечению разряда, полученное с помощью τ_{ef}. Как видно из рисунка, использование τ_{ef} дает возможность весьма просто оценить концентрацию излучающих атомов и тем самым учесть вторичные процессы. В случае интенсивного возбуждения или большой оптической плотности, т. е. именно тогда, когда роль вторичных процессов возрастает, способ τ_{ef} дает более точные результаты (верхняя кривая на рис. 1). Распределение возбужденных атомов по сечению разряда можно также найти, воспользовавшись способом эквивалентной оптической плотности ([3]). Для малых оптических плотностей и слабого возбуждения этот прием дает более точные результаты, чем способ τ_{ef}; для большой оптической плотности и сильного возбуждения способ τ_{ef} несколько точнее. Однако решение задачи с помощью эквивалентной оптической плотности приводит к дифференциальному уравнению, решение которого представляет известные трудности, в то время как способ τ_{ef} позволяет ограничиться алгебраическим соотношением.

Подчеркивая приближенный характер предлагаемого способа, мы все же считаем, что он может быть полезен, когда требуется оценить роль тех или иных вторичных процессов, и в особенности хотя бы грубо учесть одновременно диффузию излучения и взаимные переходы между несколькими уровнями. В этом случае строгий подход привел бы к системе интегральных и дифференциальных уравнений, а использование эквивалентной оптической плотности — к системе дифференциальных уравнений.

Автор выражает глубокую благодарность проф. В. А. Фабриканту, руководившему выполнением этой работы.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Поступило
22 XI 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Биберман, ДАН, 27, № 9 (1940); ЖЭТФ, 17, 5 (1947). [2] В. Фабрикант, ДАН, 15, 451 (1937); 17, 245 (1937). [3] C. Kenty, Phys. Rev., 42, 823 (1932); M. Zemansky, ibid., 42, 843 (1932); В. Фабрикант, ЖЭТФ, 8, 549 (1938).