Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LIX, № 3

АСТРОНОМИЯ

В. КРАТ

О РОЛИ ВРАЩЕНИЯ В ЭВОЛЮЦИИ ЗВЕЗД

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 18 XI 1947)

Данные современной астрофизики убеждают нас в том, что развитие звезд имеет необратимый характер. Значительную роль в развитии космических тел играют процессы диссипации энергии и массы. Эти процессы в известном смысле предопределяют собой направление развития космических тел. Мы покажем, что уменьшение массы звезды, происходящее как вследствие потери лучистой энергии, так и в результате корпускулярной радиации ([1]), приводит к более быстрому, чем уменьшение массы, уменьшению момента вращения звезды. Звезда теряет момент количества движения быстрее, чем массу. Происходит как бы уменьшение некоторой отрицательной массы звезды, противодействовавшей силе ньютонианского притяжения. Это приводит к тому, что более старые звезды должны быть более подвержены сжатию под действием силы тяжести, чем более молодые звезды.

Потеря массы и момента вращения может происходить только из наружных слоев звезд. Пусть $d\mu$ представляет собой изменение момента вращения μ и dm — изменение массы звезды в течение интервала времени dt. Мы докажем, что в общем случае

$$d\mu/\mu \geqslant dm/m, \tag{1}$$

или

$$d\ln(\mu/m) \geqslant 0. \tag{2}$$

В предельном случае, отвлекаясь от эффектов внутреннего трения, может быть

$$d\mu/\mu = dm/m. \tag{3}$$

Рассмотрим некоторую поверхность равной плотности $\rho=\rho_0$, расположенную несколько ниже поверхности звезды. Обозначим через m' массу оболочки, расположенной вне данной поверхности, и через μ' — момент вращения этой оболочки. Разделив мысленно всю звезду поверхностями равной плотности на бесконечно тонкие слои, мы можем вычислить удельный момент вращения для каждого из таких слоев. Допустим сначала, что этот удельный момент вращения, усредненный по поверхности $\rho=\text{const}$, убывает с приближением к центру звезды.

В этом случае очевидно, что

$$\mu'/\mu > m'/m. \tag{4}$$

В ходе диссипации атмосферы звезды μ' и m' исчезают. Заменяя μ' через $d\mu$, а m' через dm, мы приходим к неравенству:

$$d\mu/\mu > dm/m. \tag{5}$$

Очевидно, что учет внутреннего трения не может изменить знак неравенства.

Допустим далее, что

$$\mu'/\mu < m'/m. \tag{6}$$

Если $\Delta\mu$ представляет собой потерю μ, благодаря внутреннему трению переходящего в наружную оболочку в течение интервала времени, пока вся масса m' не будет излучена звездой, то

$$\frac{\mu+\mu'}{m+m'} \gtreqless \frac{\mu-\Delta\mu}{m}. \tag{7}$$

С точностью до величин второго порядка малости по сравнению с μ'/μ и m'/m имеем:

$$1+\frac{\mu'}{\mu}-\frac{m'}{m} \gtreqless 1-\frac{\Delta\mu}{\mu}. \tag{8}$$

Учитывая (6), заключаем, что условие (1) может соблюдаться только в том случае, если

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} \geqq \frac{m'}{m}-\frac{\mu'}{\mu}. \tag{9}$$

В этом случае, если имеет место быстрое истечение материи из атмосферы звезды (звезды Вольф-Гайе и Новые), имеем:

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} \ll \frac{m'}{m}-\frac{\mu'}{\mu}. \tag{10}$$

Как мы видим, этот случай представляет исключение из общего правила. Мы покажем, однако, что случай, когда удельный момент вращения растет с приближением к центру (или, точнее, к оси вращения) звезды, вообще говоря, не является случаем равновесия рассматриваемой конфигурации.

При установившемся вращении звезды уравнения равновесия в цилиндрических координатах l и z (l — расстояние от оси вращения, z — расстояние от экваториальной плоскости) имеют вид:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial l}=\frac{\partial V}{\partial l}+\omega^2 l, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}=\frac{\partial V}{\partial z}. \tag{11}$$

Здесь ρ — плотность, P — давление, V — ньютонианский потенциал и ω — угловая скорость вращения. Обозначим через M удельный момент вращения в какой-либо точке конфигурации: $M=\omega l^2$, $\omega^2 l=M^2/l^3$.

Тогда уравнения (11) могут быть переписаны в форме:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial l}=\frac{\partial V}{\partial l}+M^2 l^{-3}, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}=\frac{\partial V}{\partial z}. \tag{12}$$

Перенеся член $M^2 l^{-3}$ в первом из уравнений (12) в левую часть, составим оператор Лапласа от V:

$$\frac{1}{\rho}\nabla^2 P+\frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial l}\frac{\partial P}{\partial l}+\frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial z}\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{1}{l^3}\frac{\partial M^2}{\partial l}+\frac{2M^2}{l^4}=\nabla^2 V. \tag{13}$$

Проинтегрируем полученное выражение по всему объему τ, заключенному внутри поверхности $\rho = \text{const}$. Обозначив массу, заключенную внутри этой поверхности, через m_1, получим:

$$\int \frac{1}{\rho} \nabla^2 P d\tau + \int \left(\frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial l} \frac{\partial P}{\partial l} + \frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial z} \frac{\partial P}{\partial z} \right) d\tau =$$

$$= -4\pi G m_1 + \int \frac{\partial M^2}{\partial l} l^{-3} d\tau - 2 \int M^2 l^{-4} d\tau. \tag{14}$$

Согласно нашему условию, должно быть $\partial M^2/\partial l \leq 0$.

С приближением поверхности $\rho = \text{const}$ к центру звезды предел отношения $\left(\int \frac{1}{\rho} \nabla^2 P \, d\tau \right) : \left(\int d\tau \right)$ остается конечным, в то время как предел второго члена обращается в нуль (градиенты давления и плотности равны нулю в центре конфигурации). В то же время соответствующий предел правой части, ввиду присутствия там члена $\int M^2 l^{-4} d\tau$ и сохранения знака $\partial M^2/\partial l$, неограниченно растет. Поэтому на одной из внутренних поверхностей $\rho = \text{const}$ произойдет нарушение равновесия. На этой поверхности градиент давления будет иметь, хотя бы на ограниченной площади, компоненту, направленную в сторону внешней нормали.

Следует также иметь в виду, что для реальных звезд рост удельного момента вращения с приближением к центру представляется почти невероятным. Действительно, в конвективных звездах, вследствие огромной турбулентной вязкости, угловая скорость ω должна быть почти постоянна во всей газовой массе. При этом совсем не обязательно, чтобы конвекция играла важную роль в переносе энергии в течение всей жизни звезды. Она может наступать в течение сравнительно коротких интервалов времени (10^5—10^6 лет). Но даже в том случае, когда конвекции нет, мы не можем себе представить механизм увеличения момента вращения с глубиной. Процессы сжатия и расширения не изменяют распределения моментов вращения. Эффект экваториального ускорения в данном случае не играет никакой роли, так как мы рассматриваем только средние значения ω на поверхностях равной плотности.

Вычислим отношение $d\mu/dm$ при заданной зависимости $\omega(r)$, где r — среднее расстояние от поверхности $\rho = \text{const}$ до центра звезды. Величины μ и m заданы равенствами:

$$\mu = \int \omega l^2 \rho \, d\tau, \tag{15}$$

$$m = \int \rho \, d\tau. \tag{16}$$

Для наружного слоя с массой dm и моментом вращения $d\mu$ имеем:

$$d\mu = \frac{8\pi}{3} \rho_0 \overline{R}^4 \omega_0 d\overline{R}, \tag{17}$$

$$dm = 4\pi \overline{R}^2 \rho_0 d\overline{R}, \tag{18}$$

где $\overline{R}$ и $\overline{\omega}_0$ — средние значения r и ω на рассматриваемой нами поверхности, а ρ_0 — плотность внутри диссипирующего слоя.

Разделив (15) на (16) и (17) на (18), мы получим отношения μ/m и $d\mu/dm$, представляющие собой средние удельные моменты вращения звезды в целом и рассматриваемого слоя:

$$\frac{\mu}{m}=\frac{2}{3}\frac{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho\omega r^4 dr}{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho r^2 dr}, \tag{19}$$

$$\frac{d\mu}{dm}=\frac{2}{3}\overline{R}^2\omega_0. \tag{20}$$

Для случая относительного равновесия ($\omega=\mathrm{const}=\omega_0$) имеем:

$$\frac{\mu}{m}=\frac{2\omega_0}{3}\frac{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho r^4 dr}{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho r^2 dr}. \tag{21}$$

Так как плотность в звезде увеличивается с глубиной слоя, то

$$\frac{5}{3}\frac{1}{\overline{R}^2}\frac{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho r^4 dr}{\int\limits_0^{\overline{R}}\rho r^2 dr}<1. \tag{22}$$

Обозначая это отношение через y, перепишем (21) в форме:

$$\mu/m=\frac{2}{5}\omega_0 y\overline{R}^2. \tag{23}$$

В предельном случае при

$$\omega=\omega_0/r^2 \tag{24}$$

должно быть

$$\frac{\mu}{m}=\frac{d\mu}{dm}=\frac{2}{3}\omega_0.$$

Ввиду медленности процесса лучистого торможения ([3]) закон (24) может рассматриваться только как мыслимая абстракция.

Если рассматривать Солнце как вращающееся тело, находящееся в относительном равновесии, то для того, чтобы в прошлом его момент вращения мог быть равным суммарному моменту вращения планет, его масса должна быть в 11,7 $z (z\leq 1)$ больше, чем в настоящее время. Для однородного тела $z=1$. Этим устраняется одна из главных трудностей всех гипотез происхождения солнечной системы, связанная с относительно малым моментом вращения Солнца, наблюдаемым в настоящее время.

Пулковская обсерватория

Поступило
18 XI 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Крат, ДАН, 58, № 7 (1947). [2] В. Крат, Астрономич. журн., 15, 421 (1938). eans, Ast ionomy and Cosmogony, Cambridge, 1928.