Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LXI, № 3

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Академик В. П. НИКИТИН и Н. П. КУНИЦКИЙ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

Сравнение различных следящих систем сильно затрудняется наличием больших порядков описывающих их дифференциальных уравнений, обусловленным инерционностями звеньев системы. Необходимость применения стабилизирующих устройств может иногда привести даже к изменению некоторых принципиальных качеств системы. Представляет поэтому интерес сравнительный анализ идеальных следящих систем при отсутствии инерций их звеньев.

Следящие системы можно разделить по углу рассогласования θ на четыре группы:

1. Системы с возрастающим статическим θ.
2. Системы с постоянным статическим θ.
3. Системы с отсутствием статического θ.
4. Системы с отсутствием θ при равномерно-переменном движении задающей оси.

Будем рассматривать в качестве примера электрические следящие системы с амплидинным генератором, питающим исполнительный двигатель. Считаем, что механическая инерция и момент сопротивления этого двигателя отсутствуют.

В следящих системах первой группы, к которым относятся статические системы регулирования напряжения и скорости, на вход подается разность $\Delta\omega = \omega_з - \omega$ задающей $\omega_з$ и отрабатываемой ω скоростей или напряжений.

Выходная скорость исполнительного двигателя

$$\omega = \frac{k\omega_з}{1+k},$$

где k — коэффициент усиления снстемы по скорости (напряжению), мгновенно следует за задающей скоростью и свободный процесс совсем отсутствует.

Эдс генератора

$$E = a\Delta\omega = ap\theta \tag{1}$$

и выходная скорость

$$\omega = k\,\Delta\omega = kp\theta\,, \tag{2}$$

где

$$p = \frac{d}{dt},$$

создаются за счет разницы скоростей $\Delta\omega$. Поэтому при постоянной задающей скорости выходная скорость ω будет меньше задающей $\omega_з$, а угол рассогласования θ будет расти со временем t. Выходной угол $\alpha_{вых} = k\theta$.

В следящих системах второй группы, к которым относятся астатические системы регулирования скорости и напряжения и статические системы для отработки угла положения, либо в первых системах подается разность скоростей $\Delta\omega = p\theta$ на сервомотор (на вход системы), меняющий сопротивление в цепи возбуждения генератора, либо во вторых системах подается угол θ непосредственно на обмотку возбуждения генератора. Так как сервомотор является интегрирующим звеном, то в первых системах на обмотку возбуждения генератора также подается θ. Таким образом, первые и вторые системы совершенно идентичны, конечно, при отсутствии инерции сервомотора.

В системах второй группы

$$E = \frac{a\Delta\omega}{p} = a\theta \tag{3}$$

и

$$\omega = k_1 \frac{\Delta\omega}{p} = k_1 \theta, \tag{4}$$

где k_1 — коэффициент усиления системы.

Уравнение для скорости:

$$p\omega + k_1\omega = k_1\omega_з; \tag{5}$$

для θ:

$$p\theta + k_1\theta = p\alpha_з, \tag{6}$$

где $\alpha_з$ — задающий входной угол.

При равномерно переменном движении

$$\omega_з = mt + \omega_{cз} \tag{7}$$

имеем:

$$\omega = \left(\omega_{нач} - \omega_{cз} + \frac{m}{k_1}\right)^{-k_1 t} + \omega_з - \frac{m}{k_1}, \tag{8}$$

$$\theta = \left(\frac{\omega_{нач} - \omega_{cз}}{k_1} + \frac{m}{k_1^2}\right) e^{-k_1 t} + \frac{\omega_з}{k_1} - \frac{m}{k_1^2}, \tag{9}$$

где $\omega_{нач}$ — начальное значение скорости ω.

Полагая в уравнениях (8) и (9) $m = 0$, получим уравнения для случая постоянной задающей скорости.

В следящих системах второй группы даже при отсутствии инерций имеется свободный процесс. Скорость ω следует за $\omega_з$ не мгновенно, а с запаздыванием.

Установившееся напряжение E и выходная скорость ω создаются за счет угла θ, а не за счет разности скоростей $\Delta\omega$. Поэтому при постоянной задающей скорости $\omega_з$ вынужденная скорость ω равна задающей, а для создания E и ω необходим постоянный угол $\theta = \omega_{cз} / k_1$.

При переменной же скорости $\omega_з$ для создания изменений pE и $p\omega$ необходимо иметь $\Delta\omega$ и вынужденная скорость ω будет меньше или больше (при $m < 0$) на величину m/k_1, поэтому θ увеличивается или уменьшается с t.

В следящих системах третьей группы, к которым относятся астатические следящие системы для отработки угла рассогласования,

$$E = \frac{a\theta}{p}, \tag{10}$$

$$\omega = \frac{k_1 \theta}{p}. \tag{11}$$

Уравнение для скорости:

$$p^2 \omega + k_1 \omega = k\omega_з, \tag{12}$$

а для угла θ:

$$p^2 \theta + k_1 \theta = p\alpha_з. \tag{13}$$

При $\omega_з = mt + \omega_{cз}$ имеем:

$$\omega = (\omega_{нач} - \omega_{cз}) \cos \sqrt{k_1}\, t - \frac{m}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1}\, t + \omega_з, \tag{14}$$

$$\theta = \frac{\omega_{cз} - \omega_{нач}}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1}\, t - \frac{m}{k_1} \cos \sqrt{k_1}\, t + \frac{m}{k_1}. \tag{15}$$

Полагая в уравнениях (14) и (15) $m = 0$, получим уравнения для случая постоянной задающей скорости.

В следящих системах третьей группы даже при отсутствии инерций имеет место незатухающий колебательный процесс и необходимо применение стабилизаций.

В этих системах за счет угла рассогласования создаются не сами величины E и ω, как во второй группе, а их изменения pE и $p\omega$. Поэтому при постоянной задающей скорости $\theta = 0$, а при переменной скорости имеется угол рассогласования m/k_1, необходимый для создания изменений E и ω. Вынужденная скорость равна задающей и при переменной ($m = \mathrm{const}$) задающей скорости.

В системах четвертой группы с двумя интегрирующими звеньями

$$E = \frac{a\theta}{p^2}, \tag{16}$$

$$\omega = \frac{k_1 \theta}{p^2}. \tag{17}$$

Уравнение для θ $p^3 \theta + k\theta = p^3 \alpha_з$ при $\omega_з = mt + \omega_{cз}$ получит вид

$$p^3 \theta + k\theta = 0,$$

т. е. вынужденный угол θ будет равен нулю.

Уравнение для скорости

$$\omega = Ce^{-\sqrt[3]{k_1}\, t} + e^{\frac{1}{2}\sqrt[3]{k_1}\, t} A \sin (0{,}866 \sqrt[3]{k_1}\, t + \varphi) + \omega_з,$$

где постоянные интегрирования C, A и φ определяются начальными условиями. Следовательно, здесь имеют место возрастающие колебания (неустойчивый процесс) и необходима стабилизация.

В этих системах появление на входе угла θ вызывает на выходе изменение скорости нарастания pE и изменение ускорения $p\omega$. Поэтому и при равномерном и при равномерно-переменном движении задающей оси угол θ будет отсутствовать.

Только лишь при меняющемся задающем ускорении появится угол θ тем больший, чем больше изменение этого ускорения.

Наилучшими системами с точки зрения свободного процесса являются системы первой группы, а с точки зрения вынужденного — системы четвертой группы.

Поступило
29 V 1948