Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVIII, № 6

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М. Л. ЛЕВИН

К ТЕОРИИ ЩЕЛЕВЫХ АНТЕНН

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 28 V 1947)

Основной задачей теории излучения электромагнитных волн через щелевые антенны — узкие щели, прорезанные в стенках эндовибратора или волновода, — является следующая: по известному полю в эндовибраторе или волноводе в отсутствие щели найти распределение напряжения вдоль щели. Как показал Фельд [1,2] *, задача эта может быть сведена к решению некоторого интегро-дифференциального уравнения, по своей структуре совпадающего с известным интегро-дифференциальным уравнением теории тонких металлических антенн. Однако, несмотря на эту тесную аналогию и на то, что для щели в бесконечном плоском экране и соответствующей металлической ленты-антенны уравнения обеих теорий тождественно совпадают [1,3] и имеет место „принцип двойственности" [4], нам представляется естественным рассматривать щелевую антенну как линию передачи, образованную двумя „ножевыми" проводниками. Здесь мы покажем, что такой подход позволяет сравнительно просто получить основное расчетное уравнение теории щелевых антенн.

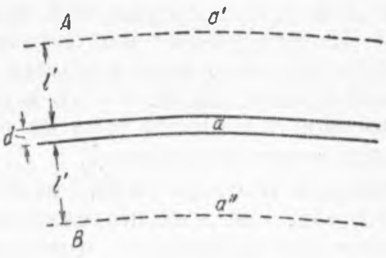

Рис. 1

Пусть нам известно электромагнитное поле $\mathbf{E}e^{i\omega t}$, $\mathbf{H}e^{i\omega t}$ по обе стороны металлической поверхности S, которую мы будем считать бесконечно тонкой и идеально проводящей. Прорежем в поверхности S узкую щель ширины d. Если l есть наименьшая из длин, характеризующих поверхность S, щель и поле $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ (размеры S, длина щели, радиус кривизны щели, длина волны, расстояние от щели до особенностей поля и т. д.), то мы будем считать щель настолько узкой, что выполняется условие

$$\frac{1}{\alpha} \equiv \ln \frac{l'}{d} \gg 1. \tag{1}$$

Выделим мысленно участок S, ограниченный краями щели и двумя линиями A и B, проведенными на расстоянии l' от этих краев (рис. 1), причем выберем l' так, чтобы, с одной стороны, выполнялось условие

$$\frac{l'}{l} \ll 1,$$

* Пользуюсь случаем поблагодарить Я. Н. Фельда, ознакомившего меня с рядом воих еще неопубликованных результатов по теории щелевых антенн.

с другой стороны, чтобы

$$\ln\frac{l}{r}\ll\ln\frac{l}{d}, \tag{3}$$

т. е. чтобы с относительной ошибкой порядка α

$$\ln\frac{r}{d}=\ln\frac{l}{d}. \tag{4}$$

В силу (1) такой выбор l возможен и условия (2) и (3) непротиворечивы.

Так как поперечные размеры выделенного нами участка поверхности S малы по сравнению с длиной волны, то его можно рассматривать как отрезок линии передачи, образованной двумя „ножевыми" проводниками. Погонная емкость C и погонная индуктивность L этой линии с относительной точностью α совпадают с соответствующими величинами для линии из двух плоских компланарных полос ширины l', находящихся на расстоянии d друг от друга, т. е. с той же относительной точностью α равны ([5])

$$C=\frac{1}{2\pi^2\alpha}; \quad L=\frac{2\pi^2\alpha}{c^2}. \tag{5}$$

Введем в окрестности щели местную ортогональную систему координат, характеризуемую тройкой единичных векторов $\mathbf{s}$, $\mathbf{n}$, ν, где $\mathbf{s}$ — орт средней линии щели ($\mathbf{s}$—расстояние, отсчитываемое вдоль щели), $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к поверхности S (вводя $\mathbf{n}$ мы тем самым определяем внутреннюю и внешнюю стороны S), ν — вектор, касательный к S и перпендикулярный к $\mathbf{s}$.

Интересующая нас задача о распределении напряжения вдоль щели есть задача о вынужденных колебаниях в линии передачи, образованной краями щели. Пусть в отсутствие щели ν (составляющие поверхностной плотности тока на внутренней и внешней сторонах S) равнялись соответственно j^i_ν и j^0_ν. После прорезания щели распределение токов в S существенно исказится лишь в непосредственной близости к щели, где дополнительный ток смещения, компенсирующий разрыв тока проводимости и имеющий особенность на краях щели, имеет тот же порядок, что и поверхностный ток в неразрезанной поверхности S. Поэтому искажениями тока на внешних краях A и B нашей линии передачи можно пренебречь *. С другой стороны, в отсутствие щели токи в точках a, a', a'' (рис. 1) можно в силу (2) считать с нашей степенью точности одинаковыми. Таким образом, плотность возбуждающего линию стороннего поперечного тока равна

$$j^e=(j^i_\nu+j^0_\nu)_a, \tag{6}$$

а стороннее напряжение V^e равно

$$V^e=\frac{j^e}{i\omega C}=\frac{2\pi^2\alpha}{i\omega}(j^i_\nu+j^0_\nu)_a, \tag{7}$$

где индекс a указывает, что значение соответствующей величины взято для точки на щели.

Для нахождения интересующего нас распределения напряжения вдоль щели напишем уравнения линии передачи:

$$\frac{dV}{ds}=-i\omega LI; \quad \frac{dI}{ds}=-i\omega C(V+V^e), \tag{8}$$

* Изменений в распределении тока, вызванных колебаниями в щелевой линии, при нахождении стороннего напряжения V^e, возбуждающего эти колебания, очевидно, учитывать не надо.

откуда

$$\frac{d^2V}{ds^2}+k^2V=-k^2V^e, \quad k=\frac{\omega}{c}. \tag{9}$$

Подставляя теперь (7) в (9) и замечая, что

$$j^i_\nu=-\frac{c}{4\pi}H^i_s, \quad j^0_\nu=\frac{c}{4\pi}H^0_s, \tag{10}$$

окончательно получим

$$\frac{d^2V}{ds^2}+k^2V=-\alpha\frac{i\pi k}{2}(H^i_s-H^0_s)_a. \tag{11}$$

Это уравнение совпадает с уравнением „первого приближения", найденным Фельдом [1]. Учет излучения приведет к появлению в правой части (11) дополнительного линейного оператора от V, имеющего порядок α. Это следует хотя бы из того, что энергия, излученная щелью за период по порядку величины, равна [4] $\frac{cV^2}{\omega}\sim lV^2$, а электростатическая энергия щели имеет порядок $ClV^2\sim\frac{lV^2}{\alpha}$. Следовательно, полное уравнение для $V(s)$ должно иметь вид:

$$\frac{d^2V}{ds^2}+k^2V=-\alpha\left\{\frac{i\pi k}{2}(H_s-H^0_s)_a+G[V_1s]\right\}, \tag{12}$$

где $G[V,s]$ неизвестный нам линейный оператор от V. Кроме того, V должно равняться нулю на концах нашей щелевой линии передачи, если она незамкнутая.

Если поверхность S находится не в вакууме, а является границей двух сред, характеризуемых электрическими константами ε^i, μ^i, и ε^0, μ^0, то формулы (5) надо заменить на

$$C=\frac{\varepsilon^i+\varepsilon^0}{2}\frac{1}{2\pi^2\alpha}; \quad L=\frac{\mu^i+\mu^0}{2}\frac{2\pi^2\alpha}{c^2}. \tag{13}$$

Тогда (12) перейдет в

$$\frac{d^2V}{ds^2}+\varepsilon\mu k^2V=-\alpha\left\{\frac{i\pi\mu k}{2}(H^i_s-H^0_s)+G\right\}, \tag{14}$$

где

$$\varepsilon=\frac{\varepsilon^i+\varepsilon^0}{2}, \quad \mu=\frac{\mu^i+\mu^0}{2}. \tag{15}$$

Уравнения (12) и (14) совпадают с уравнением (1) работы [2]. Таким образом, развитая здесь элементарная теория щелевой антенны дает те же результаты, что и строгая теория [1, 2], с той только разницей, что последняя принципиально позволяет найти оператор G. Однако реальное его нахождение в важных для практики случаях следует пока считать невыполнимым, и строгая теория все равно вынуждена ограничиться решением „усеченных" уравнений, не содержащих оператора G.

Физико-технический институт
Горьковского государственного
университета

Поступило
28 V 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Н. Фельд, ДАН, **53**, 619 (1946). [2] Я. Н. Фельд, ДАН, **55**, 411 (1947). [3] М. А. Леонтович, ЖЭТФ, **16**, 474 (1946). [4] А. А. Пистолькорс, ЖТФ, **14**, 693 (1944). [5] F. Ollendorff, Polentialfelder der Elektrotechnik, 1932, S. 203.