Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LX, № 2

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Г. БАРТЕНЕВ

К ТЕОРИИ МЕХАНИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ СТЕКЛА ЗАКАЛКОЙ

(Представлено академиком Д. С. Белянкиным 6 I 1948)

Путем резкого охлаждения (закалки) стекла, нагретого выше температуры размягчения (T_g), достигается повышенная механическая прочность его. Прочность на удар приближается при этом к прочности стали. Впервые указание на сущность явления закалки стекла было дано Адамсом и Вильямсоном ([1]). Они рассмотрели случай охлаждения пластинки с постоянной скоростью. Расчет показывает, что возникшие внутренние упругие напряжения должны распределиться по толщине пластинки (ось x) по параболе. Этот результат без достаточных оснований используется для производственных закаленных стекол.

В действительности при закалке имеет место случай охлаждения с убывающей скоростью (закон Ньютона). Рассмотрим процесс закалки пластинки. Для стекла существует область температур (T_g), где материал резко переходит от пластического к непластическому состоянию. Введем следующие упрощения: 1) область практически может быть принята за температурную точку; 2) ниже точки T_g внутренние напряжения не рассеиваются, а выше ее они рассеиваются практически мгновенно.

Нагреем пластинку до температуры выше T_g и подвергнем ее равномерному с обеих сторон охлаждению. Распределение температур T по толщине пластинки станет отличным от равномерного и будет отвечать некоторой четной функции координаты x (начало в середине пластинки). В пластинке возникнут термоупругие напряжения. Для термоупругих напряжений и деформаций имеем уравнения Дюгамеля — Неймана:

$$e_{xx}=\beta T+\frac{1}{E}\{X_x-\sigma(Y_y+Z_z)\},$$

$$e_{yy}=\beta T+\frac{1}{E}\{Y_y-\sigma(Z_z+X_x)\},$$

$$e_{zz}=\beta T+\frac{1}{E}\{Z_z-\sigma(X_x+Y_y)\},$$

а деформации сдвига e_{xy}, e_{yz}, e_{zx} равны нулю вследствие предположения, что пластинка должна испытывать только однородную деформацию сжатия. Здесь 3β — коэффициент объемного расширения, остальные обозначения общеприняты в теории упругости.

Так как распределение температур не зависит от координат y и z, оси которых лежат в плоскости пластинки, то $Y_y=Z_z=F(x)$, а принимая еще условие, что поверхности пластинки свободны, $X_x=0$.

Далее, в силу свободных поверхностей (внешние силы отсутствуют) имеем:

$$\int_0^a Y_y dx = \int_0^a Z_z dx = \int_0^a F(x)\,dx = 0,$$

откуда, принимая во внимание основные уравнения и что e_{yy} и e_{zz} не зависят от координат для однородной деформации сжатия, следует:

$$F(x) = -f(x) = \frac{\beta E}{1-\sigma}\{\bar{T} - T(x)\}, \tag{1}$$

где $\bar{T} = \frac{e_{yy}}{\beta} = \frac{e_{zz}}{\beta} = \frac{1}{a}\int_0^a T(x)\,dx$, a — половина толщины пластинки.

При температурах выше T_g термоупругие напряжения (1), возникшие в пластинке в первый момент, быстро исчезнут за счет пластических сдвигов. Вследствие этого межмолекулярные расстояния в изотермических слоях пластинки станут равными нормальным расстояниям соответственно температуре каждого слоя. Плотность при этом во внешних слоях возрастет, а во внутренних уменьшится.

Когда при охлаждении достигается температура T_g, пластинка начинает погружаться в непластическую область, и в тех частях пластинки, где кривая распределения температур уже лежит ниже T_g, пластические сдвиги исключены и взаимное положение молекул фиксируется. В этих частях пластинки в случае выравнивания температур должны поэтому возникать постоянные упругие напряжения.

При достижении пластинкой температуры среды распределение упругих напряжений $f(x)$ в точности отвечает распределению „термоупругих" напряжений (1), но имеет обратный знак. При этом распределение температур $T(x)$ в формуле (1) должно быть заменено распределением температур $\Phi(x)$, являющимся промежуточным между распределением температур, лежащим еще целиком выше T_g, и распределением температур, лежащим уже целиком ниже T_g.

Если охлаждение происходит по закону Ньютона, то в случае пластинки для распределения температур имеем известное решение в виде бесконечной суммы ([2]). С течением времени охлаждения все последующие члены суммы становятся исчезающе малыми по сравнению с первым, вследствие чего наступает регулярный режим охлаждения ([3]) и решение принимает простой вид косинусоиды:

$$T(x) = \left\{\frac{2T_c \sin\delta_1}{\delta_1 + \sin\delta_1\cos\delta_1}\, e^{-\delta_1 (kt/a^2)}\right\}\cos\left(\delta_1 \frac{x}{a}\right),$$

где T_c — максимальная температура нагрева; δ_1 — постоянная, определяемая относительным коэффициентом теплообмена h; k — коэффициент температуропроводности; t — время.

Решение обладает тем свойством, что $T(x)$ уже не зависит от начальных условий (от величины T_c). То же относится к $\Phi(x)$, лежащей в этом случае между двумя косинусоидами. Следовательно, величина напряжений в закаленном стекле, начиная с некоторой температуры закалки T_c, должна оставаться неизменной. Это следствие хорошо подтверждается нашими экспериментами.

Для регулярного режима функция $\Phi(x)$ может быть определена. Она имеет вид

$$\Phi(x) = T_g \ln\cos\frac{\delta_1 x}{a} + c_0.$$

Поэтому распределение упругих напряжений должно следовать сложному логарифмическому закону

$$f(x) = \frac{\beta E}{1-\sigma} T_g \ln\cos\frac{\delta_1 x}{a} + c. \tag{2}$$

Для проверки этого закона была закалена на воздухе пластинка толщиной $2a = 1{,}61$ см из стекла типа Фурко следующего состава: SiO_2 — 71,3; Al_2O_3 — 0,5; CaO — 7,9; MgO — 3,0; Na_2O — 15,2; K_2O — 1,5; SO_3 — 0,4; As_2O_3 — 0,2%. Точка T_g для этого стекла, по нашим данным, равна 530°, отсчитанных от комнатной температуры (25° С).

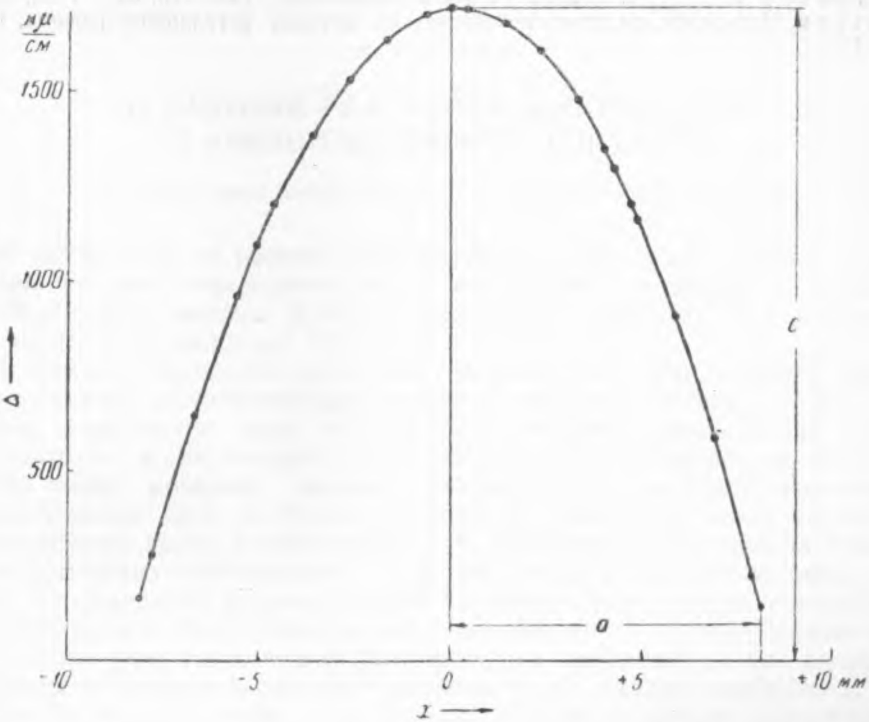

Рис. 1

Распределение напряжений было измерено по двойному лучепреломлению. Результаты измерений приведены на рис. 1 в виде отдельных точек; на оси ординат отложена разность хода $\Delta = bf(x)$, b — оптическая постоянная напряжений (для нашего стекла $b = 2{,}62$ брюстера).

Относительный коэффициент теплообмена h определен нами для этого случая из других опытов; $h = 0{,}44$ см$^{-1}$. Отсюда $\delta_1 = 0{,}55$. Если это число подставить в формулу (2), то для значения $\frac{\beta E}{1-\sigma} = 7{,}2$ кг/см·град. распределение напряжений выразится сплошной кривой на рис. 1. С другой стороны, на основании приведенного состава стекла можно рассчитать по данным Инглиша и Тернера коэффициент линейного расширения β ($= 0{,}90 \cdot 10^{-5}$), по данным Гельгофа и Томаса модуль Юнга E ($= 6750$ кг/мм^2) и коэффициент Пуассона σ ($= 0{,}22$). Такой расчет дает численное значение $\frac{\beta E}{1-\sigma} = 7{,}8$ кг/см·град., т. е. величину, близкую к 7,2 кг/см·град.

5*

Последнее обстоятельство, а также удовлетворительное наложение экспериментальных точек на теоретическую кривую указывают на то, что выдвинутые при решении задачи предположения являются в основном правильными. Следовательно, полученная нами формула (2) с достаточной точностью отражает закон распределения упругих напряжений в закаленной пластинке.

Всесоюзный научно-исследовательский институт стекла

Поступило 6 I 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] L. H. Adams and E. Williamson, J. Franklin Inst., **190**, 597, 835 (1920). [2] Г. Гребер и С. Эрк, Основы учения о теплообмене, 1936 стр. 63. [3] Г. М. Кондратьев, Испытания на теплопроводность по методам регулярного режима, 1936, стр. 17.