Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVIII, № 6

ФИЗИКА

С. В. ИЗМАИЛОВ

О СПЕКТРЕ МАСС МЕЗОНОВ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 4 VI 1947)

1. Является несомненным экспериментальным фактом, что мезоны, образующие жесткую компоненту космических лучей, не имеют определенной массы, но обладают целым спектром масс ([6]). Хотя точность экспериментальных данных недостаточна для однозначного установления спектра масс, все же представляет интерес теоретический анализ вопроса о массе мезона. Очевидно, предположение о существовании многих сортов мезонов с различными массами (в интервале приблизительно от 100 до нескольких тысяч электронных масс) теоретически бесплодно, и представляется разумным наличие спектра масс связать с существованием внутренних возбужденных состояний одного или нескольких (скалярных, псевдоскалярных и векторных) сортов мезонов. Природа этих возбужденных состояний должна быть такова, что энергия возбуждения сравнима с энергией покоя частицы.

Мы сделаем простое предположение, что внутреннее возбуждение связано с возникновением „внутреннего вращательного движения". Будем характеризовать внутреннее вращение частицы (не связанное с „кинематическим спином", который определяется характером волнового уравнения частицы) 4-тензором момента количества движения M_{ik} с пространственной составляющей $\mathbf{M}$ $(M_{12}=M_3, \ldots)$ и временной $\mathbf{N}$ $(M_{14}=N_1, \ldots)$, удовлетворяющими обычным правилам коммутации:

$$M_2M_3-M_3M_2=N_2N_3-N_3N_2=i\hbar M_1, \ldots, M_2N_3-N_3M_2= \\ =N_2M_3-M_3N_2=i\hbar N_1, \ldots, M_\alpha N_\alpha=N_\alpha M_\alpha. \qquad (1)$$

Тогда классический релятивистский гамильтониан H сферически симметричной частицы, как показано автором ([1]), может быть написан в форме*:

$$\mathrm{H}^2=c^2\left\{m_0^2c^2+p^2+\frac{m_0}{A}(M^2+N^2)\right\}. \qquad (2)$$

Этот гамильтониан удовлетворяет „обобщенному принципу соответствия": при отсутствии вращения $(M=N=0)$ он обращается в обычный релятивистский гамильтониан свободной частицы, а при переходе к нерелятивистскому случаю превращается в сумму классической кинетической энергии поступательного движения центра инерции частицы с массой m_0 и кинетической энергии вращательного движения сферически симметричной частицы относительно центра инерции с моментом инерции A. Последний рассматривается как константа, характерная для данной частицы.

* В отличие от ([1]), где положено по аналогии с тензором электромагнитного поля $M_{i4}=-iN_i$ и N_i — антиэрмитовый оператор, мы принимаем здесь $M_{14}=N_i$, тогда N_i — эрмитов оператор.

Положив $H = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $p = -i\hbar \nabla$, мы перейдем от классического гамильтониана к волновому уравнению скалярного (или псевдоскалярного) мезона:

$$\left\{\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \varkappa^2 - \frac{1}{\hbar^2\lambda^2}(M^2+N^2)\right\}\Psi = 0,^* \tag{3}$$

где введены обозначения $\varkappa = m_0 c/\hbar$, $A = m_0\lambda^2$. Кроме того, вводится добавочное условие

$$(\mathbf{MN})\Psi = 0 \tag{4}$$

(„обобщенное условие ортогональности векторов **M** и **N**"). Из (3) видно, что в определенном внутреннем вращательном состоянии, характеризуемом заданным значением инварианта M^2+N^2, масса μ мезона определяется равенством:

$$\mu^2 = m_0^2 + \frac{M^2+N^2}{\lambda^2 c^2}. \tag{5}$$

Далее известно ([2]), что при условии (4) $M^2+N^2 = 4\hbar^2 k(k+1)$, где k — вращательное квантовое число, принимающее целые или полуцелые (положительные) значения; поэтому масса мезона определяется формулой

$$\mu = \sqrt{m_0^2 + 4m_1^2 k(k+1)}, \tag{6}$$

где положено $m_1 = \hbar/c\lambda$. Из (6) видно, что если k принимает только целые значения, то m_0 есть масса покоя нормального (невозбужденного) состояния частицы ($k=0$), если же k принимает лишь полуцелые значения, то масса покоя нормального состояния ($k=1/2$) равна $(m_0^2+3m_1^2)^{1/2}$.

2. Возникает вопрос, можно ли теоретически указать значение константы m_1? В случае частиц со спином $^1/_2$ (подчиняющихся уравнению Дирака) автор показал ([1]), что $m_1 = m_0$ и тогда

$$\mu_k = m_0(2k+1). \tag{7}$$

В случае частиц со спином 0 или 1, мы можем получить (7) лишь при некоторых, далеко идущих предположениях.

Перейдем от уравнения второго порядка (3) к системе уравнений первого порядка, написав их в форме Кеммера ([3]), для чего расщепим (3) на два множителя:

$$\left\{\beta_i\partial_i + \varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}(\xi\mathbf{M} + \eta\mathbf{N})\right\}\Psi = 0, \tag{8}$$

где β_i — матрицы Кеммера, ξ, η — матрицы 4-тензора угловой скорости собственного вращения, свойства которых должны быть определены путем обратного перехода к уравнению (3). В случае скалярных (или псевдоскалярных) мезонов, пользуясь пятистрочными матрицами Кеммера, получаем систему уравнений

$$\left(\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}P\right)\Psi_1 - \frac{1}{c}\partial_t\Psi_5 = 0;\ \left(\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}P\right)\Psi_\alpha + \partial_\alpha\Psi_5 = 0\ (\alpha = 2, 3, 4);$$

$$\frac{1}{c}\partial_t\Psi_1 + \partial_1\Psi_2 + \partial_2\Psi_3 + \partial_3\Psi_4 + \left(\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}P\right)\Psi_5 = 0, \tag{9}$$

---

* Здесь и в дальнейшем λ заменяет $\lambda/2\pi$.

где $P = \xi\mathbf{M} + \eta\mathbf{N}$. Отсюда мы получаем уравнение второго порядка для Ψ_5:

$$\left\{\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}P\right)^2\right\}\Psi_5 = 0, \tag{10}$$

которое совпадает с (3) лишь при условии, что

$$\left(\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}P\right)^2 = \left[\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}(\xi\mathbf{M} + \eta\mathbf{N})\right]^2 \equiv \varkappa^2 + \frac{1}{\hbar^2\lambda^2}(M^2 + N^2). \tag{11}$$

Свойства матриц ξ, η, определяемые этим тождеством, рассмотрены в [1]. При этом оказывается, что для $\varkappa' = 1/\lambda$ должно выполняться равенство $\varkappa' = \varkappa = m_0 c/\hbar$, откуда и следует, что $m_1 = m_0$. Аналогичным образом мы убеждаемся, что тождество (11) должно иметь место и в случае векторных мезонов. Из (8) в этом случае получаем для 4-потенциала мезонного поля (a, φ) уравнение

$$\left[\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}(\xi\mathbf{M} + \eta\mathbf{N})\right]\left\{\operatorname{div} a + \frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right\} = 0, \tag{12}$$

которое приводится к обычному $\operatorname{div} a + \frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$ лишь при условии, что оператор $\varkappa + \frac{\varkappa'}{\hbar}(\xi\mathbf{M} + \eta\mathbf{N})$ имеет обратный (или что компоненты 4-потенциала поля суть собственные функции этого оператора). При этом предположении каждая компонента 4-потенциала мезонного поля удовлетворяет уравнению (10), отождествляя которое с (3), мы снова приходим к тождеству (11). Таким образом, повидимому, для любого сорта частиц должно выполняться тождество (11) и спектр масс должен определяться равенством (7) с целым или полуцелым k.

3. Представляется в высшей степени странным строго установленный экспериментальный факт [4], что время жизни космических мезонов по отношению к спонтанному распаду вполне определенное. Теоретически время жизни для скалярных и псевдоскалярных [5] мезонов определяется формулами:

$$\frac{1}{\tau_{sc}} = \frac{\mu c^2}{\hbar}\left[A_{g'} + A_g\left(\frac{m_e}{\mu}\right)^2\right], \quad \frac{1}{\tau_{ps}} = \frac{\mu c^2}{\hbar}\left[A_{f'}^{1/2} + A_f^{1/2}\left(\frac{m_e}{\mu}\right)\right]^2, \tag{13}$$

где μ — масса мезона, m_e — электрона, $A_{g'} = g'^2/4\pi\hbar c$, $A_g = g^2/4\pi\hbar c$ — константы связи легких частиц со скалярным мезонным полем, определяемой оператором взаимодействия $H'_{sc} = g'\rho_3\Psi - \frac{2}{\varkappa}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial\Psi}{\partial t} + \rho_1\sigma\operatorname{grad}\Psi\right)$, а A_f, $A_{f'}$ — аналогичные константы связи легких частиц с псевдоскалярным полем, определяемой оператором $H'_{ps} = f'\rho_2\Psi - \frac{f}{\varkappa}\left(\rho_1\frac{1}{c}\frac{\partial\Psi}{\partial t} - \sigma\operatorname{grad}\Psi\right)$.

Из (13) видно, что время жизни существенно зависит от массы мезона и одновременно со спектром масс должен был бы наблюдаться спектр времен распада. Этот выход находится в полном противоречии с вышеупомянутым экспериментальным фактом. Выход из этого затруднения можно искать в следующем. Формулы (13) применимы, вообще говоря, только к мезонам, находящимся в нормальном (невозбужденном) состоянии. В возбужденном состоянии момент количества движения скалярного или псевдоскалярного мезона отличен от нуля, и он в силу закона сохранения момента количества движения либо должен распадаться на несколько (больше двух) частиц со спином $^1/_2$, либо, если это невозможно, должен быть метастабильным. Другими словами, хотя в жесткой компоненте присутствуют мезоны в различных возбужденных состояниях, распадаются только мезоны, находящиеся в нормальном состоянии. Возбужденные мезоны до своего распада должны путем столкновения с какими-либо частицами, например ядрами атомов, отдать энергию возбуждения и лишь после этого получают способность к спонтанному распаду. Этот механизм не исключает распада на несколько частиц, но со значительно меньшей вероятностью, вследствие чего время жизни мезона на много порядков больше определяемого формулой (13). Ядра, получившие энергию возбуждения мезона, могут либо излучить один (или несколько) новых мезонов, либо подвергнуться расщеплению с выбросом значительного числа протонов и нейтронов.

С другой стороны, возможно представить распад возбужденного мезона на две частицы со спином $1/2$ (электрон и нейтрино), из которых одна (или обе) находятся во внутреннем возбужденном вращательном состоянии. Если существуют электроны в возбужденных состояниях, обладающие внутренним моментом количества движения и массами кратными массе электрона, то вероятнее всего наблюдать их именно среди электронов распада мезонов.

Заметим, наконец, что наличие одного времени распада, вообще говоря, не противоречит возможности существования в космических лучах нескольких сортов мезонов, например псевдоскалярных и скалярных. Действительно, при условии $A_{g'}=A_{f'}=0$, $A_g=A_f$ и $\mu_{sc}=\mu_{ps}$ обе формулы (13) совпадают и времена жизни скалярных и псевдоскалярных мезонов в нормальном состоянии одинаковы.

4. В заключение отметим, что существование спектра масс мезонов должно отражаться на ядерных силах. Для иллюстрации рассмотрим простейший случай скалярных мезонов. Если через G_k обозначить постоянную сил взаимодействия для скалярных мезонов в k-м возбужденном состоянии, то, считая k целым числом, можем ожидать, что энергия взаимодействия имеет вид:

$$U=-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{G_k^2}{r}e^{-\varkappa_k r}, \tag{14}$$

где $\varkappa_k=\mu_k c/\hbar=\varkappa_0(2k+1)$, $\varkappa_0=m_0c/\hbar$. В предположении, что G_k не зависит от k, имеем:

$$U=-\frac{G^2}{2r\sin h\,\varkappa_0 r}. \tag{15}$$

Таким образом, при малых r, $U\sim -G^2/2\varkappa_0 r^2$; при больших r, $U\sim-\frac{G^2}{r}e^{-\varkappa_0 r}$ в согласии с обычной теорией. Полюс второго порядка в центре сил не представляет затруднения, так как произведение $|\Psi|^2 r^2$, где Ψ — волновая функция частицы в поле $\sim 1/r^2$, остается конечным при $r\to 0$ даже в S-состояниях.

Ленинградский государственный
педагогический институт
им. Герцена

Поступило
4 VI 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. В. Измайлов, ЖЭТФ, 71, № 7 (1947). [2] P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. (A), 155, 447 (1936). [3] N. Kemmer, ibid., 173, 91 (1939). [4] B. Rossi and N. Nereson, Phys. Rev., 64, 199 (1943). [5] T. S. Chang, Kgl. Danske Vid. Sels. Math.-Fys. Medd., 19, No. 10 (1941). [6] А. Алиханян, А. Алиханов и А. Вайсенберг, ДАН, 55, 709 (1947).