Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVIII, № 5

ГИДРОМЕХАНИКА

К. П. СТАНЮКОВИЧ

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ЗАРЯДА

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 4 V 1947)

Значительный интерес представляет изучение движения частиц продуктов детонации какого-либо заряда после прохождения внутри него детонационной волны, а также при их разлете.

Легко и точно может быть рассмотрена одноразмерная задача при допущении, что вблизи заряда можно пренебречь влиянием воздуха, т. е. полагать истечение происходящим в пустоту, что весьма близко к действительности. Качественные выводы, вытекающие из этой теории, могут быть использованы (и используются) при рассмотрении реальных задач.

Если в каком-либо сечении цилиндрического заряда начинается детонация, то, помещая в нем начало координат и обозначая длину правого конца заряда через a, а левого через b, придем при изучении разлета продуктов детонации к следующим уравнениям ([1]):

для детонационной волны, идущей направо:

$$u+c=\frac{x}{t},\quad u-c=-\frac{D}{2},\quad 0\leqslant t\leqslant\frac{3}{2}\frac{a}{D},\quad \frac{Dt}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}a-\frac{Dt}{2};\tag{1a}$$

$$u=0,\quad c=\frac{D}{2},\quad 0\leqslant t\leqslant\frac{3}{2}\frac{a+b}{D},\quad 0\leqslant x\leqslant\frac{Dt}{2};\tag{2a}$$

для продуктов детонации, истекающих направо:

$$u+c=\frac{x}{t},\quad u-c=D\frac{x-a}{Dt-a},\quad \frac{a}{D}\leqslant t\leqslant\infty,\quad \frac{3}{2}a-\frac{Dt}{2}\leqslant x\leqslant Dt;\tag{3a}$$

$$u+c=\frac{D}{2},\quad u-c=D\frac{x-a}{Dt-a},$$

$$\frac{3}{2}\frac{a}{D}\leqslant t\leqslant\infty,\quad \frac{3}{4}(a-b)\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}a-\frac{Dt}{2};\tag{4a}$$

для детонационной волны, идущей налево:

$$u-c=\frac{x}{t},\quad u+c=\frac{D}{2},\quad 0\leqslant t\leqslant\frac{3}{2}\frac{b}{D},\quad -\frac{Dt}{2}\geqslant x\geqslant\frac{3}{2}b-\frac{Dt}{2};\tag{1b}$$

$$u=0,\quad c=\frac{D}{2},\quad 0\leqslant t\leqslant\frac{3}{2}\frac{a+b}{D},\quad 0\geqslant x\geqslant-\frac{Dt}{2};\tag{2b}$$

для продуктов детонации, истекающих налево:

$$u-c=\frac{x}{t},\quad u+c=D\frac{x+b}{Dt-b},\quad \frac{b}{D}\leqslant t\leqslant\infty,\quad \frac{3}{2}b-\frac{Dt}{2}\geqslant x\geqslant -Dt;\tag{3b}$$

$$u-c=-\frac{D}{2},\quad u+c=D\frac{x+b}{Dt-b},$$

$$\frac{3}{2}\frac{b}{D}\leqslant t\leqslant\infty,\quad \frac{3}{4}(a-b)\geqslant x\geqslant\frac{3}{2}b-\frac{Dt}{2}.\tag{4b}$$

В момент времени $t=\frac{3}{2}\frac{a+b}{D}$ в точке $x=\frac{3}{4}(a-b)$ возникает волна (между волнами (4a) и (4b)):

$$u+c=D\frac{a+b}{Dt-a}, \quad u-c=D\frac{x-a}{Dt-a},$$

$$\frac{3}{2}\frac{a+b}{D}\leqslant t\leqslant\infty, \quad \frac{3}{2}a-\frac{Dt}{2}\leqslant x\leqslant\frac{Dt}{2}-b. \tag{5}$$

Здесь u — скорость продуктов детонации, c — местная скорость звука, D — скорость детонационной волны.

Для того чтобы рассмотреть движение фиксированной частицы с заданной координатой x_0 в покоящемся до детонации взрывчатом веществе, задачу необходимо решать в координатах Лагранжа. Однако с самого начала решать уравнения газовой динамики в форме Лагранжа весьма неудобно, но, имея решение уравнений в форме Эйлера, легко, поскольку $u=dx/dt$, перейти к решению в форме Лагранжа.

Для правого конца заряда из (1a) имеем $\frac{dx}{dt}=\frac{x}{2t}-\frac{D}{4}$. Решение этого уравнения дает $x=A\sqrt{t}-\frac{Dt}{2}$, где $A=\text{const}$ определяется из условия, что при $t=x_0/D$ $x=x_0$; отсюда имеем

$$x=\frac{Dt}{2}\left[3\sqrt{\frac{x_0}{Dt}}-1\right], \quad \frac{x_0}{D}\leqslant t\leqslant\frac{9}{4}\frac{x_0}{D}, \quad 0\leqslant x_0\leqslant a. \tag{Ia}$$

При $t=\frac{9}{4}\frac{x_0}{D}$ частица достигает своего предельного смещения, при этом $x=\frac{9}{8}x_0$, и некоторое время находится в покое, пока до нее не дойдет какая-либо волна разрежения:

$$x=\frac{9}{8}x_0, \quad \frac{9}{4}\frac{x_0}{D}\leqslant t\leqslant\frac{a^2}{Dx_0}. \tag{IIa}$$

Из (3a) имеем: $\frac{dx}{dt}=\frac{x}{2t}+\frac{D}{2}\frac{x-a}{Dt-a}$; отсюда: $\left(\frac{x}{t}-D\right)^2\frac{Dt}{Dt-a}=A$;

A определяется из условия, что при $\frac{Dt}{2}=\frac{3}{2}a-x$ $x=\frac{Dt}{2}\left[3\sqrt{\frac{x_0}{Dt}}-1\right]$.

Отсюда следует, что при $t=\frac{a^2}{Dx_0}$ $x=\frac{3}{2}a-\frac{a^2}{2x_0}$,
поэтому

$$x=Dt\left[1-\frac{3}{2}\sqrt{\left(1-\frac{a}{Dt}\right)\left(1-\frac{x_0}{a}\right)}\right], \quad \frac{a^2}{x_0D}\leqslant t\leqslant\infty, \quad \frac{2}{3}a\leqslant x_0\leqslant a. \tag{IIIa}$$

Из (4a) можно сразу написать

$$\frac{dx}{dt}=\frac{D}{4}+\frac{D}{2}\frac{x-a}{Dt-a}, \quad x=\frac{Dt+a}{2}-\sqrt{2\left(a-\frac{9}{8}x_0\right)(Dt-a)}, \tag{IVa}$$

$$\frac{3a-\frac{9}{4}x_0}{D}\leqslant t\leqslant\infty, \quad \frac{2}{3}(a-b)\leqslant x_0\leqslant\frac{2}{3}a.$$

Для левого конца можно написать аналогичные соотношения, заменяя x на $-x$, x_0 на $-x_0$ и a на b:

$$x=\frac{Dt}{2}\left[1-3\sqrt{-\frac{x_0}{Dt}}\right], \quad -\frac{x_0}{D}\leqslant t\leqslant-\frac{9}{4}\frac{x_0}{D}, \quad -b\leqslant x_0\leqslant 0. \tag{Ib}$$

$$x=\frac{9}{8}x_0,\quad \frac{9}{4}\frac{x_0}{D}\leqslant t\leqslant -\frac{b^2}{x_0 D}; \tag{IIb}$$

$$x=Dt\left[\frac{3}{2}\sqrt{\left(1-\frac{b}{Dt}\right)\left(1+\frac{x_0}{b}\right)}-1\right],$$

$$-\frac{b^2}{x_0 D}\leqslant t\leqslant\infty,\ -\frac{2}{3}b\geqslant x_0\geqslant -b; \tag{IIIb}$$

$$x=-\frac{Dt+b}{2}+\sqrt{2\left(b+\frac{9}{8}x_0\right)(Dt-b)},$$

$$\frac{3b+\frac{9}{4}x_0}{D}\leqslant t\leqslant\infty,\quad -\frac{2}{3}(a-b)\geqslant x_0\geqslant -\frac{2}{3}b. \tag{IVb}$$

Волна, возникающая в момент времени $t=\frac{3}{2}\frac{a+b}{D}$, опишется уравнением: $\frac{dx}{dt}=\frac{D}{2}\left[\frac{x-a}{Dt-a}+\frac{x+b}{Dt-b}\right]$; отсюда

$$x=\frac{(a+b)Dt-2ab-\frac{3}{2}\sqrt{\left[(a-b)(a-b-x_0)+\frac{16}{9}ab\right](Dt-a)(Dt-b)}}{a-b}, \tag{V}$$

причем $\frac{9(a^2+b^2-ax_0)-12ab}{(8b-9x_0)D}\leqslant t\leqslant\infty$ для частиц, движущихся направо, и $\frac{9(a^2+b^2+bx_0)-12ab}{(8b+9x_0)D}\leqslant t\leqslant\infty$ для частиц, движущихся налево, при этом $-\frac{8}{9}b\leqslant x_0\leqslant\frac{8}{9}a$.

Если $a=b$, то формула (V) дает $\frac{0}{0}$; раскрыв неопределенность по

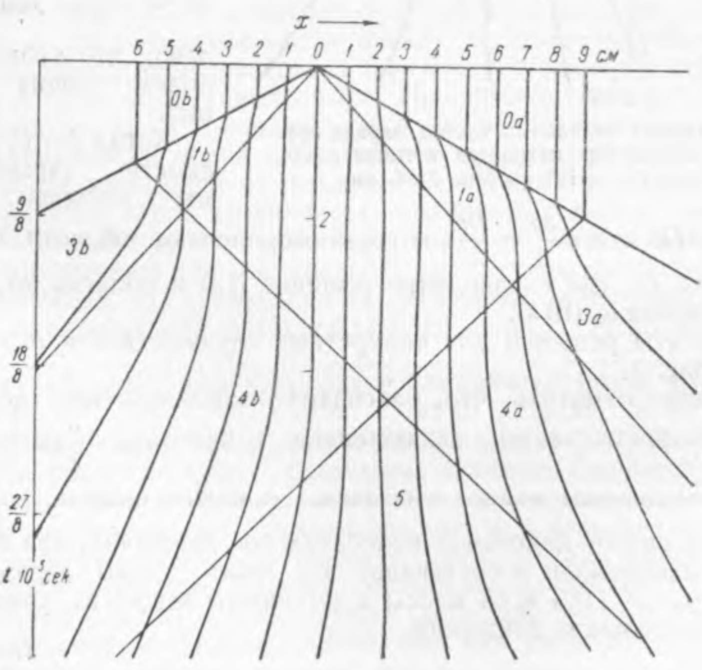

Рис. 1. Движение отдельных частиц заряда при крайнем положении детонатора; $a=9$ см, $D=9\cdot 10^5$ см/сек., $b=0$

обычным правилам, придем к выражению:

$$x=\frac{9}{16}x_0\left[\frac{Dt}{a}-1\right]. \qquad \text{(Va)}$$

Остается определить для решения (V) линию, на которой $u=0$. Очевидно, что эта линия определяется уравнением $\frac{x-a}{Dt-a}+\frac{x+b}{Dt+b}=0$. Отсюда

$$x=\frac{Dt\,(a-b)}{2Dt-(a+b)}. \qquad (6)$$

Проведя в плоскости характеристик x, t линии (если $b\neq 0$) $x=\pm Dt$, $x=\pm\frac{Dt}{2}$, $x=\frac{3a}{2}-\frac{Dt}{2}$ и $x=\frac{Dt}{2}-\frac{3b}{2}$, мы разобьем плоскость на 10 частей (рис. 1 и 2): в областях $0a, 0b$ будем иметь покой, в областях $1a$, $1b$ решение задается уравнениями (Ia), (Ib); в области 2 имеем покой, в областях $3a$, $3b$ и $4a$, $4b$ решение задается соответственно уравнениями (IIIa), (IIIb) и (IVa), (IVb); наконец, в области 5 решение задается уравнением (V).

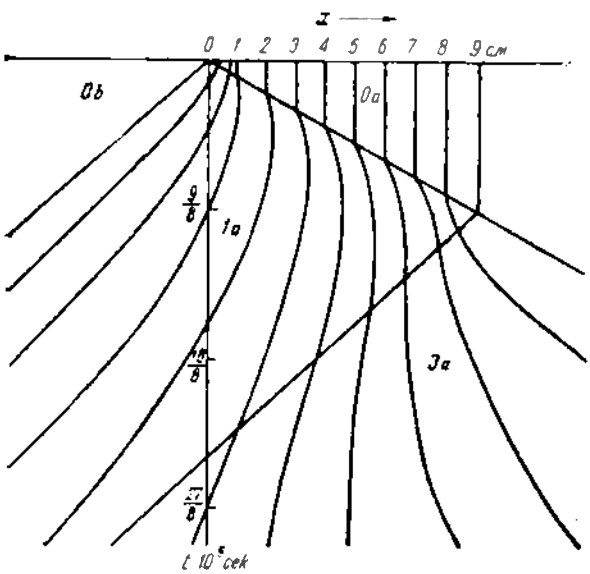

Рис. 2. Движение отдельных частиц заряда при детонации. Детонатор находится в точке $x=0$; $a=9$ см, $D=9\cdot10^5$ см/сек., $b=6$ см

Укажем, что, поскольку при $t\to\infty$ на линии, где $u=0$, должно быть $x_0=\frac{5}{9}(a-b)$, то масса $\sim a-\frac{5}{9}(a-b)=\frac{4a+5b}{9}$ движется направо, а масса $\sim\frac{5a+4b}{9}$ движется налево, что является контролем наших вычислений.

Когда $b=0$, то в плоскости характеристики мы должны провести линии $x=Dt$ и $x=\frac{3a}{2}-\frac{Dt}{2}$, которые определяют области покоя $0a$, $0b$, область $1a$, где справедливо решение (Ia) и область $3a$, где справедливо решение (IIIa).

Результаты решения для конкретных случаев, когда $a>b$ и $b=0$, даны на рис. 1.

Интересно отметить, что, благодаря взаимодействию волн разрежения, скорость частиц, заключенных в интервале $\frac{5}{9}(a-b)\leqslant x_0\leqslant\frac{2}{3}(a-b)$, дважды меняет свой знак, т. е. можно сказать, что эти частицы совершают некоторое колебательное движение; при $b=0$ этот интервал максимален и составляет 1/9 часть длины заряда. Таким образом, около 11% всей массы взрывчатого вещества участвуют в этом колебательном движении.

Поступило
4 V 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. П. Станюкович, ДАН, 53, № 6 (1946).