Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVIII, № 5

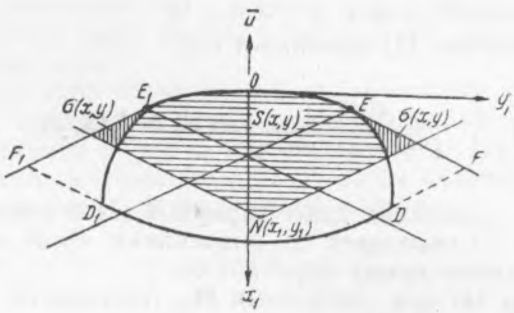
АЭРОДИНАМИКА

Е. А. КРАСИЛЬЩИКОВА

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕВЫХ КРОМОК ПРИ ДВИЖЕНИИ КРЫЛА С ВИБРАЦИЯМИ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

(Представлено академиком М. В. Келдышем 11 V 1947)

В заметке ([1]) показано, что для определения $\partial\varphi/\partial z$ в области EDF и $E_1D_1F_1$ (рис. 1) при вибрациях крыла следует обратить интеграль-



ное уравнение

$$\int_0^x \int_{\psi(\xi)}^y \frac{\Theta(\xi,\eta)\cos\{\lambda\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}\}}{\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}}\,d\eta\,d\xi =$$

$$= -\iint\limits_{s\,(x,\,y)} \frac{A(\xi,\eta)\cos\{\lambda\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}\}}{\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}}\,d\eta\,d\xi \qquad (1)$$

относительно функции $\Theta(x, y)$.

Будем искать решение (1) в виде.

$$\Theta(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_{2n}(x,y)\,\lambda^{2n} \quad \left(\lambda = \frac{\omega a}{u^2-a^2}\right). \qquad (2)$$

В обеих частях уравнения представим косинус в виде ряда. Интегрируя ряды, стоящие под знаком двукратного интеграла, почленно, сведем (1) к виду

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{2n} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^{n-k}}{(2(n-k))!} \int_0^x \int_{\psi(\xi)}^y \Theta_{2k}(\xi,\eta)\,(x-\xi)^{n-k-1/2}(y-\eta)^{n-k-1/2}\,d\eta\,d\xi =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{2n} \frac{(-1)^{n+1}}{2n!} \iint\limits_{s\,(x,\,y)} A(\xi,\eta)\,(x-\xi)^{n-1/2}\,(y-\eta)^{n-1/2}\,d\eta\,d\xi. \qquad (3)$$

Сравнивая в (3) коэффициенты при одинаковых степенях λ, получим уравнения, которым удовлетворяют $\Theta_{2n}(x, y)$:

$$\int_0^x \int_{\psi(\xi)}^y \frac{\Theta_{2n}(\xi, \eta)}{\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}} d\eta\, d\xi = F_n(x, y) \quad (n=0, 1, 2, \ldots), \tag{4}$$

где

$$F_n(x, y) = f_n(x, y) + \sum_{k=0}^{n-1} f_n^{(k)}(x, y), \tag{5}$$

причем

$$f_n(x, y) = \frac{(-1)^{n+1}}{2n!} \iint_{s(x, y)} A(\xi, \eta)(x-\xi)^{n-1/2}(y-\eta)^{n-1/2} d\eta\, d\xi,$$

$$f_n^{(k)}(x, y) = \frac{(-1)^{n-k+1}}{(2(n-k))!} \int_0^x \int_{\psi(\xi)}^y \Theta_{2k}(\xi, \eta)(x-\xi)^{n-k-1/2}(y-\eta)^{n-k-1/2} d\eta\, d\xi, \tag{6}$$

функция $f_n^{(k)}$ определена для $k \geqslant 0$ и $n > 0$.

При $n=0$ уравнение (4) принимает вид

$$\int_0^x \int_{\psi(\xi)}^y \frac{\Theta_0(\xi, \eta)}{\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}} d\eta\, d\xi = f_0(x, y). \tag{7}$$

Решение этого уравнения дано формулой (7) в заметке ([1]).

Функция $\Theta_0(x, y)$ совпадает со значениями $\partial\varphi/\partial z$ в случае установившегося движения крыла (при $\lambda = 0$).

Уравнения вида (4) для различных Θ_{2n} отличаются друг от друга только видом функции $F_n(x, y)$.

Если найдены коэффициенты Θ_{2k} для $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$, то $F_n(x, y)$ является известной функцией в уравнении, которому удовлетворяет $\Theta_{2n}(x, y)$.

Замечая, что для любого n функция $F_n(0, y) = 0$, решение уравнения (4) получим в той же форме, как и решение (7), если в решение последнего вместо функции $f_0(x, y) = f(x, y)$ положить функцию $F_n(x, y)$.

Тогда

$$\Theta_{2n}(x, y) = \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{y - \psi(x)}} \int_0^x \frac{\partial}{\partial\xi} \left\{ f_n(\xi, \psi(x)) + \sum_{k=0}^{n-1} f_n^{(k)}(\xi, \psi(x)) \right\} \frac{d\xi}{\sqrt{x-\xi}} +$$

$$+ \frac{1}{\pi^2} \int_0^x \int_{\psi(x)}^y \frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta} \left\{ f_n(\xi, \eta) + \sum_{k=0}^{n-1} f_n^{(k)}(\xi, \eta) \right\} \cdot \frac{d\eta\, d\xi}{\sqrt{(x-\xi)(y-\eta)}}. \tag{8}$$

Таким образом, решение уравнения (1) представляется в виде абсолютно сходящегося ряда (2) для любых значений параметра λ.

Поступило
11 V 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. А. Красильщикова, ДАН, **58**, № 4 (1947).