

И. ПОМЕРАНЧУК

ПРАВИЛА ОТБОРА ПРИ АННИГИЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ
И ПОЗИТРОНОВ *

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 5 II 1948)

23203mc

Аннигиляция свободных электронов и позитронов была рассмотрена Дираком ⁽¹⁾, который вычислил эффективное сечение аннигиляции с испусканием двух квантов. Полученное Дираком эффективное сечение является средним значением сечения, усредненным по взаимным ориентациям спина электрона и позитрона. Если не производить такого усреднения, то можно легко обнаружить, что в случае параллельных ориентаций спинов электрона и позитрона, когда суммарный спиновый механический момент равен 1, сечение двуквантовой аннигиляции стремится к нулю, когда относительная скорость позитрона и электрона стремится к нулю.

Для доказательства этого утверждения рассмотрим дираковскую амплитуду вероятности a_2 двуквантовой аннигиляции, считая импульсы электрона и позитрона равными нулю:

$$a_2 = \frac{2\pi c^2 \hbar}{\omega \Omega} e^2 \left\{ \frac{(u^* \overset{\rightarrow}{\alpha} \vec{e} u') (u' \overset{\rightarrow}{\alpha} \overset{\rightarrow}{\varepsilon} u)}{E_0 - E'} + \frac{(u^* \overset{\rightarrow}{\alpha} \overset{\rightarrow}{\varepsilon} u'') (u'' \overset{\rightarrow}{\alpha} \vec{e} u)}{E_0 - E''} \right\}, \quad (1)$$

где Ω — объем, в который заключена система; \vec{e} и $\overset{\rightarrow}{\varepsilon}$ — поляризации испущенных квантов; энергия квантов равна mc^2 ; u_0 — спиновая функция покоящегося электрона; u — спиновая функция покоящегося позитрона; E_0 — начальная энергия системы ($E_0 = mc^2$); E' — энергия промежуточного состояния, возникающего после испускания кванта с поляризацией \vec{e} :

$$E' = 2mc^2 \pm \sqrt{(mc^2)^2 + c^2 k^2} = 2mc^2 \pm \sqrt{2} mc^2 = 2mc^2 + w'$$

(k — импульс кванта).

Опуская постоянный множитель, стоящий перед фигурными скобками, имеем:

$$a_2 \sim \frac{(u^* \overset{\rightarrow}{\alpha} \vec{e} u') (u' \overset{\rightarrow}{\alpha} \overset{\rightarrow}{\varepsilon} u)}{w'} - \frac{(u^* \overset{\rightarrow}{\alpha} \overset{\rightarrow}{\varepsilon} u'') (u'' \overset{\rightarrow}{\alpha} \vec{e} u)}{w''}$$

* Результаты, изложенные в настоящей заметке, доложены в октябре 1947 г. на теоретическом семинаре в Физическом институте Академии Наук СССР.



Совершаем обычные преобразования, учитывая при этом, что у двух испущенных квантов импульсы противоположны:

$$\begin{aligned}
 a_2 &\sim -\frac{1}{w'^2} (u_0^* \vec{\alpha} e w' u') (u_0^* \vec{\alpha} \varepsilon u) - \frac{1}{w''^2} (u_0^* \vec{\alpha} \varepsilon w'' u'') (u_0^* \vec{\alpha} e u) = \\
 &= -\frac{1}{2m^2 c^4} \left\{ u_0^* \vec{\alpha} e (c \vec{\alpha} k + mc^2 \beta) \vec{\alpha} \varepsilon u + u_0^* \vec{\alpha} \varepsilon (-c \vec{\alpha} k + mc^2 \beta) \vec{\alpha} e u \right\} = \\
 &= -\frac{1}{2m^2 c^4} u_0^* \left\{ -c \vec{\alpha} k [(\vec{\alpha} e)(\vec{\alpha} \varepsilon) - (\vec{\alpha} \varepsilon)(\vec{\alpha} e)] - 2 \vec{e} \varepsilon mc^2 \beta \right\} u.
 \end{aligned}$$

Так как β не связывает состояния с положительной и отрицательной энергией, то остается только первый член:

$$a_2 \sim u_0^* \vec{\alpha} k [(\vec{\alpha} e)(\vec{\alpha} \varepsilon) - (\vec{\alpha} \varepsilon)(\vec{\alpha} e)] u. \quad (2)$$

Ввиду того что оба кванта двигаются противоположно друг другу, достаточно рассмотреть два случая, когда поляризации \vec{e} и $\vec{\varepsilon}$ параллельны и перпендикулярны друг другу. Когда \vec{e} параллельно $\vec{\varepsilon}$, a_2 исчезает. Если \vec{e} и $\vec{\varepsilon}$ перпендикулярны, то a_2 приводится к виду:

$$a_2 \sim u_0^* (\vec{\alpha} k)(\vec{\alpha} e)(\vec{\alpha} \varepsilon) u. \quad (3)$$

Векторы \vec{k} , \vec{e} и $\vec{\varepsilon}$ в этом случае могут быть выбраны вдоль трех координатных осей:

$$a_2 \sim u_0^* \alpha_x \alpha_y \alpha_z u \sim u_0^* \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} u. \quad (4)$$

Согласно (3) мы видим, что a_2 не исчезает только в том случае, когда сумма спинов равна нулю. Когда спины электрона и позитрона параллельны друг другу, a_2 равна нулю. Таким образом, двуквантовая аннигиляция медленных позитронов осуществляется только в том случае, когда позитроны сталкиваются с электроном, имеющим спин, противоположный спину позитрона.

После ознакомления с изложенными выше результатами, Л. Д. Ландау была доказана общая теорема (3), согласно которой два противоположно летящих кванта не могут находиться в состоянии с моментом количества движения, равным единице.

В применении к аннигиляции электронов и позитронов теорема Ландау не только приводит иным способом к (4), но и строго запрещает двуквантовую аннигиляцию в состоянии с общим моментом электрона и позитрона, равным единице (даже тогда, когда относительная скорость не равна нулю).

Невозможность двуквантовой аннигиляции у электрона и позитрона с общим моментом, равным единице, имеет важное значение при рассмотрении свойств позитрония-атома, в котором в качестве ядра находится позитрон. Такой позитроний будет благодаря аннигиляции обладать конечным временем жизни.

Аннигиляция электрона и позитрона в позитронии практически будет происходить только в S-состояниях, так как в других состояниях вероятность обнаружить электрон вблизи позитрона будет очень

мала. В S-состояниях момент системы совпадает со спиновым моментом. Если спиновый момент позитрония равен нулю (парапозитроний), то возможна двухквантовая аннигиляция. Если спиновый момент равен единице (ортопозитроний), двухквантовая аннигиляция строго запрещена и может происходить только трехквантовая аннигиляция, вероятность которой в несколько сот раз меньше двухквантовой аннигиляции. Таким образом, должны существовать два сорта позитрониев, по-разному распадающихся:

1) Парапозитроний, распадающийся двухквантовым образом с временем жизни, равным $\tau_0 = 1,25 \cdot 10^{-10}$ сек.

$$\frac{1}{\tau_0} = 4 \{ \sigma(v) v \} \Big|_{v \rightarrow 0} \psi(0) \Big|^2 = 4 \pi \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 c \frac{m^3 e^6}{8 \pi \hbar^6} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^5 \frac{mc^3}{\hbar}; \quad (5)$$

здесь $4 \sigma(v)$ — сечение двухквантовой аннигиляции электрона и позитрона, имеющих общий спиновый момент, равный нулю; $\sigma(v)$ — усредненное по спинам сечение аннигиляции, вычисленное Дираком; 4 учитывает статистические веса состояний с моментом 0 и 1; $\psi(0)$ — значение волновой функции позитрония в начале координат в основном состоянии, и v — скорость).

2) Ортопозитроний, распадающийся трехквантовым образом и живущий значительно дольше, чем парапозитроний. Время жизни ортопозитрония в основном состоянии, согласно Е. М. Лифшицу (⁴), равно $8,8 \cdot 10^{-8}$ сек., т. е. в 700 раз больше, чем время жизни парапозитрония.

Свойства позитрония были недавно рассмотрены Д. Иваненко и А. Соколовым (⁵), которые, однако, приводят неправильные формулы для вероятности образования позитрония и не замечают того, что ортопозитроний не может распадаться двухквантовым образом. Поэтому приведенная ими цифра $5 \cdot 10^{-10}$ сек. не имеет отношения ко времени жизни позитрония. Та же цифра повторяется и в (⁶).

В заключение я хочу поблагодарить акад. Л. Ландау за интересное обсуждение результатов, изложенных в настоящей заметке.

Поступило
30 I 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Р. А. М. Dirac, Proc. Camb. Phil. Soc., 26, 361 (1930). ² В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, 1940, стр. 102. ³ Л. Ландау, ДАН, 60, № 2 (1948). ⁴ Е. Лифшиц, ДАН, 60, № 2 (1948). ⁵ Д. Иваненко и А. Соколов, Вести Моск. гос. ун-та, № 6, 3 (1947). ⁶ Д. Иваненко и А. Соколов, ДАН, 58, 1329 (1947).

