Доклады Академии Наук СССР
1948. Том LX, № 2

ФИЗИКА

Академик Л. Д. ЛАНДАУ

О МОМЕНТЕ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ФОТОНОВ

Рассматривая вопрос об аннигиляции медленных позитронов и электронов, И. Померанчук ([1]) обнаружил, что в предельном случае неподвижных частиц вероятность двухфотонной аннигиляции обращается в нуль, если спины электрона и позитрона параллельны.

В связи с этим возникает вопрос, не является ли это обстоятельство проявлением некоторого общего строгого правила запрета, ограничивающего возможные значения момента количества движения системы из двух фотонов с равной нулю суммой импульсов; такое правило может быть следствием специфических особенностей фотонов, связанных с поперечностью электромагнитных волн.

Волновую функцию системы из двух фотонов можно представить в виде тензора второго ранга E_{ik}, составленного билинейно из компонент электромагнитного поля обоих фотонов. Если сумма импульсов фотонов равна нулю, то E_{ik} будет функцией только от разности $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ координат обеих частиц; введя единичный вектор $\mathbf{n}$, направленный от первого фотона ко второму ($\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \mathbf{n}r$), будем рассматривать E_{ik} как функцию $\mathbf{n}$ (при заданном r).

Поперечность поля каждого из фотонов приводит к тому, что тензор E_{ik} ортогонален к направлению их движения:

$$E_{ik}n_k = 0, \qquad E_{ik}n_i = 0. \tag{1}$$

Перестановка обоих фотонов означает перестановку индексов тензора E_{ik} вместе с одновременным изменением знака $\mathbf{n}$. Поскольку фотоны подчиняются статистике Бозе, то должно быть

$$E_{ik}(\mathbf{n}) = E_{ki}(-\mathbf{n}). \tag{2}$$

Разделим E_{ik} на симметрическую и антисимметрическую по индексам i, k части:

$$E_{ik} = S_{ik} + A_{ik}.$$

Соотношению (2) (а также соотношениям ортогональности (1)) должен, очевидно, удовлетворять каждый из тензоров S_{ik}, A_{ik} в отдельности. Отсюда получим для симметрической части соотношение

$$S_{ik}(\mathbf{n}) = S_{ik}(-\mathbf{n}) \tag{3}$$

и для антисимметрической

$$A_{ik}(\mathbf{n}) = -A_{ik}(-\mathbf{n}). \tag{4}$$

Поведение волновой функции при изменении знака $\mathbf{n}$ определяет четность состояния системы частиц (фотонов); поэтому функция S_{ik}

соответствует четным, а A_{ik} — нечетным состояниям. Выясним, каковы могут быть моменты системы в состояниях, описывающихся этими функциями.

Антисимметрический тензор второго ранга дуален, как известно, некоторому вектору **A** ($A_i = e_{ikl} E_{kl}$, где e_{ikl} — совершенно антисимметрический единичный псевдотензор 3-го ранга); ортогональность тензора A_{ik} к вектору **n** означает, что векторы **A** и **n** параллельны. Поэтому можно написать $\mathbf{A} = \mathbf{n}\,\varphi(\mathbf{n})$, где φ — скаляр, причем, согласно (4), должно быть $\varphi(\mathbf{n}) = \varphi(-\mathbf{n})$.

Из последнего равенства следует, что скаляр φ может быть линейно построен из шаровых функций только четного порядка (включая порядок нуль).

Соответствие с полным моментом системы J устанавливается следующим образом. Хотя разделение момента фотона на орбитальный момент и спин не имеет, как известно, никакого физического смысла, но формально мы можем ввести „спин“ S, соответствующий рангу тензорной волновой функции, и „орбитальный момент“ L, соответствующий порядку входящей в нее шаровой функции (такое сопоставление означает чисто математическую формальность, выражающую свойства преобразования волновой функции по отношению к группе вращений).

В данном случае волновая функция сводится к скаляру φ, чему соответствует $S = 0$, так что $J = L$. Таким образом, тензор A_{ik} соответствует нечетным состояниям с четным моментом.

Произвольный симметрический тензор второго ранга S_{ik} сводится, как известно, к скаляру (S_{ii}) и к симметрическому тензору (S'_{ik}) с равным нулю следом ($S'_{ii} = 0$). В силу (3) как тот, так и другой четны по отношению к изменению знака **n**; они выражаются, следовательно, через шаровые функции четного порядка L. Скаляру S_{ll} соответствует „спин“ $S = 0$, а потому полный момент $J = L$ четен (включая значение нуль).

Тензору S'_{ik} соответствует „спин“ $S = 2$. Складывая по правилу сложения моментов этот „спин“ с четным „орбитальным моментом“, найдем, что при заданном четном $J \neq 0$ возможны три состояния (с $L = J - 2, J, J + 2$), а при нечетном $J \neq 1$ — два состояния (с $L = J - 1, J + 1$). Исключение составляют $J = 0$ с одним состоянием ($L = 2$) и $J = 1$ с одним состоянием ($L = 2$).

В этих подсчетах, однако, еще не учтено условие ортогональности тензора S_{ik} вектору **n**. Поэтому из полученного числа состояний надо еще вычесть число состояний, которые соответствуют симметричному тензору 2-го ранга, „параллельному“ вектору **n**; такой тензор можно написать в виде $B_i n_k + B_k n_i$, где $\mathbf{B}(\mathbf{n})$ — вектор, для которого, согласно условию (3), должно иметь место соотношение $\mathbf{B}(\mathbf{n}) = -\mathbf{B}(\mathbf{n})$.

Этот вектор должен, следовательно, выражаться через шаровые функции только нечетного порядка L. Замечая также, что вектору соответствует „спин“ $S = 1$, найдем, что для каждого четного полного момента $J \neq 0$ возможны два состояния (с $L = J - 1$, $J + 1$), а для нечетного J — одно состояние (с $L = J$). Особый случай представляет $J = 0$ с одним состоянием ($L = 1$).

Таблица 1

J	четные	нечетные
0	1	1
1	—	—
$2k$	2	1
$2k+1$	1	—

Сводя полученные результаты, получим табл. 1, указывающую число возможных четных и нечетных состояний системы из двух фотонов (с равной нулю суммой импульсов) для различных значений полного момента J (k — целое положительное число, отличное от нуля).

Мы видим, что при нечетных J отсутствуют нечетные состояния, а значение $J=1$ вообще невозможно*.

Если применить эти результаты к аннигиляции позитрония, то мы придем к выводу (помня, что четность состояния позитрония определяется величиной $(-1)^l$, где l — орбитальный момент), что обычная двухфотонная аннигиляция строго запрещена во всех состояниях с нечетными орбитальным и полным моментами, а также во всех состояниях с равным единице полным моментом.

Институт физических проблем
Академии Наук СССР

Поступило
5 II 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Померанчук, ДАН, **60**, № 2 (1948). [2] J. Balseiro, Phys. Rev., **71**, 79 (1947).

* Заметим, что невозможность значения $J=1$ в частном случае двух дипольных квантов (с равной нулю суммой импульсов) была недавно доказана Бальсейро ([2]).