

Н. К. ГИРИНСКИЙ

**КОМПЛЕКСНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ПОТОКА ПРЕСНЫХ ВОД СО СЛАБО
НАКЛОННЫМИ СТРУЙКАМИ, ФИЛЬТРУЮЩЕГО
В ВОДОПРОНИЦАЕМОЙ ТОЛЩЕ МОРСКИХ ПОБЕРЕЖИЙ**

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 11 V 1947)

Если в состав верхних слоев морского побережья входят водопроницаемые породы, то при просачивании в них атмосферной воды, воды поверхностных водотоков и т. д. создаются условия для образования в этих породах потока пресных вод, фильтрующего в море. Поток пресных вод может и не заполнять указанные водопроницаемые породы до их нижней границы (до водонепроницаемого грунта); в последнем случае морская вода, проникая в водопроницаемые породы, ограничивает пресную снизу. Наличие таких потоков выявлено во многих местах как в СССР, так и за границей^(5, 6). Мы здесь выведем выражение комплексного потенциала такого рода потока. При этом, так же как и в работе⁽¹⁾, считаем, что коэффициент фильтрации $k=f(z)$, величина его изменяется в сравнительно небольших пределах, а $f(z)$ непрерывна. Кроме того, примем, что граница между пресной и морской водой резко выражена и что морская вода находится в покое (действием прилива, прибоя и т. д. пренебрегаем).

Так как вертикальную составляющую скорости фильтрации потока со слабо наклонными струйками можно приравнять нулю⁽²⁾, то положение границы между пресной и морской водой, как нетрудно убедиться, определится следующей зависимостью⁽³⁾:

$$H - h = - \frac{\rho}{\rho - \rho_m} h,$$

где H — глубина потока, h — высота свободной поверхности (пьезометрический напор) над уровнем моря, ρ и ρ_m — плотности пресной и морской воды.

Пользуясь этой зависимостью и учтя особенности нижней границы потока соответствующей записью пределов интегрирования, в остальном вывод комплексного потенциала сделаем так же, как в работе⁽¹⁾. Для потока со свободной поверхностью, ограниченного снизу морской водой, движение которого можно считать установившимся, при отсутствии питания его сверху уравнение неразрывности получаем в следующем виде (координатная плоскость xOy совмещена с поверхностью моря):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \int_{-(H-h)}^h k dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \int_{-(H-h)}^h k dz \right) = 0. \quad (1)$$

Возьмем функцию:

$$\Phi = \int_0^h (z - h) k dz + \frac{\rho - \rho_M}{\rho} \int_{\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h}^0 \left(z - \frac{\rho}{\rho - \rho_M} h \right) k dz. \quad (2)$$

Дифференцируя ее как сложную функцию, имеем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial x} \int_{\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h}^h k dz; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial y} \int_{\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h}^h k dz. \quad (3)$$

Из зависимостей (1) — (3) находим следующее окончательное выражение уравнения неразрывности:

$$\nabla^2 \left[\int_0^h (z - h) k dz + \frac{\rho - \rho_M}{\rho} \int_{\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h}^0 \left(z - \frac{\rho}{\rho - \rho_M} h \right) k dz \right] = 0. \quad (4)$$

Из уравнения (4) следует, что функция Φ — гармоническая. Сопряженной с ней будет функция тока Ψ . Отсюда комплексный потенциал:

$$\chi = \left[\int_0^h (z - h) k dz + \frac{\rho - \rho_M}{\rho} \int_{\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h}^0 \left(z - \frac{\rho}{\rho - \rho_M} h \right) k dz \right] + i\Psi. \quad (5)$$

Рассматривая водонепроницаемый грунт как грунт с $k=0$, нетрудно доказать, рассуждая аналогично тому, как это сделано в конце работы (1), что χ , даваемое формулой (5), действительно не только для потока со свободной поверхностью, ограниченного снизу морской водой, но также и для потоков, фильтрующих в горизонтальных пластах постоянной мощности, залегающих между водонепроницаемыми грунтами, часть контура которых (потоков) является границей с верхним или нижним или и верхним и нижним водонепроницаемыми грунтами. При отсутствии свободной поверхности под h надлежит понимать пьезометрический напор потока над поверхностью моря. Следует лишь отметить, что в этих случаях формула (5) действительна только при условии, что там, где поверхность $\frac{\rho}{\rho - \rho_M} h$ не является границей между пресной и морской водой, она не должна лежать выше поверхности нижнего водонепроницаемого грунта (схожее с ним второе условие, а именно: пьезометрическая поверхность нигде не должна располагаться ниже верхнего водонепроницаемого грунта, для потока со слабо наклонными струйками в случаях, встречающихся в практике, соблюдается).

В заключение отметим, что для плоского потока при $k = \text{const}$ наиболее общим методом точного решения (действительного при любом наклоне струек) остается метод Девисона — Гамеля, так как:

а) границе между пресной и морской водой, проникшей в грунт, как доказано в работе (4), на годографе скорости соответствует дуга окружности, и

б) можно доказать, что промежуток высачивания в море (в потоке со слабо наклонными струйками этим участком пренебрегают) на годографе скорости выражается перпендикулярной к нему (промежутку высачивания) прямой, проходящей через точку ($u=0$, $v = \frac{P_m - P}{\rho} k$), где u и v — составляющие скорости по направлению осей x и y .

Поступило
16 IV 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. К. Гиринский, ДАН, 51, № 5 (1946). ² Л. С. Лейбензон, Нефтепромысловая механика, ч. 2, 1934. ³ Ф. Форхгеймер, Гидравлика, 1935. ⁴ П. Я. Плубарнинова-Кочина, Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод, 1943.
⁵ Ф. П. Саваренский, Гидрогеология, 1939. ⁶ Е. Принц, Гидрогеология, 1932.