

Р. И. ГАРБЕР

## ПРЕДЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВОЙНИКОВАНИЯ КАЛЬЦИТА

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 15 III 1947)

Переход из упругого в пластическое состояние обычно связывают с определенной системой предельных упругих напряжений.

Открытие „упругого двойникования“<sup>(1)</sup> и дальнейшие исследования<sup>(2)</sup> показали, что при двойниковании необходимо различать четыре стадии деформации. Это приводит к необходимости рассматривать три системы предельных напряжений:  $\sigma_{Iik}$ ,  $\sigma_{IIik}$ ,  $\sigma_{IIIik}$ .

Здесь  $\sigma_{Iik}$ —напряженное состояние в области, где возникает „упругий двойник“,  $\sigma_{IIik}$ —то же для образования тонких двойниковых прослоек.  $\sigma_{IIIik}$ —для начала утолщения прослоек (двойникования бикристалла\*).

В идеальном монокристалле при однородном распределении напряжений двойникование должно происходить сразу во всем объеме образца. Если бы удалось определить соответствующее этому случаю  $\sigma_{0ik}$ , то это было бы истинным пределом упругости. Вследствие неоднородности напряжений и влияния местных дефектов, неизбежных в реальных кристаллах, всегда справедливо соотношение  $\sigma_{0ik} > \sigma_{Iik}$ .

Надежных измерений  $\sigma_{IIik}$  не имеется. При неоднородном распределении напряжений, создаваемых сосредоточенными силами, предельная нагрузка образования тонких двойниковых прослоек зависит от размеров образца, характера распределения напряжений и продолжительности опыта<sup>(2)</sup>.

Наиболее достоверными являются значения  $\sigma_{IIIik}$ , так как двойникование бикристалла локализовано на плоских пограничных поверхностях двойниковых прослоек и легко осуществляется при помощи однородных напряжений<sup>(2)</sup>.

$\sigma_{Iik}$  весьма просто измерить при сжатии монокристалльной прямой призмы, как это изображено на рис. 1. Считая напряжения однородными, боковые грани свободными и пренебрегая трением на концах, мы получим в системе координат, направленных по ребрам образца\*\*, только одну составляющую тензора напряжений отличной от нуля:  $\sigma_{33} = P/q = p$ . Чтобы найти касательные и нормальные напряжения в плоскости двойникования (рис. 1,  $O_1CED$ ), можно перейти к системе координат  $X_1 X_2 X_3$ , выбранных так, что  $X_3$  совмещено с нормалью к плоскости двойникования  $ON$ ,  $X_2$ —с направлением сдвига  $OT_1$ , а  $X_1$ —с двойной кристаллографической осью симметрии, лежащей в плоскости двойникования.

Компоненты тензора напряжений в этом случае будут:

$$\sigma_{ik} = \alpha_{i3}\alpha_{k3}p, \quad (1)$$

\* «Бикристаллом» в этой статье называется кристалл с двойниковой прослойкой.

\*\* См. рис. 1:  $X_1 \parallel a$ ,  $X_2 \parallel b$ ,  $X_3 \parallel h$ .

где

$$\alpha_{33} = \cos \gamma = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}}, \quad (2)$$

$$\alpha_{23} = -\cos \varepsilon = \frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2 - \cos \gamma \sin \varphi}{\cos \varphi}, \quad (3)$$

$$\alpha_{13} = \sqrt{\sin^2 \gamma - \cos^2 \varepsilon}. \quad (4)$$

Значения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  и  $\varphi$  указаны на рис. 1.

После образования двойниковой прослойки изменяется система действующих напряжений. Внутри появившейся прослойки возникает но-

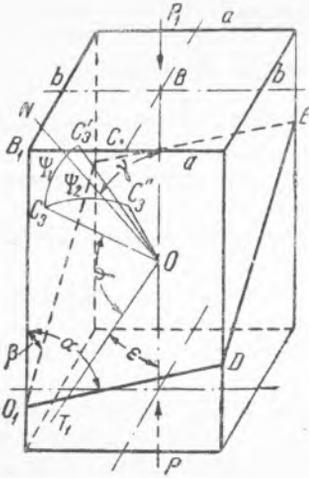


Рис. 1. Форма образцов для испытания на сжатие.  $P - P_1$  — приложенная нагрузка,  $O_1CED$  — плоскость двойниковогоания,  $ON$  — нормаль,  $OT_1$  — направление сдвига,  $OC_3$  — тройная (оптическая) ось материнского кристалла,  $OC_3'$  и  $OC_3''$  — проекции  $OC_3$  на плоскости, параллельные граням образца,  $a$  и  $b$  — размеры поперечного сечения образца

вая система напряжений  $\sigma'_{ik}$ , отличающихся от  $\sigma_{ik}$  в остальных частях образца.

И. М. Лифшиц и Л. Н. Розенцвейг<sup>(4)</sup> показали, что для однородно напряженной слоистой среды справедливы соотношения\*

$$\sigma'_{33} = \sigma_{33}, \quad \sigma'_{23} = \sigma_{23}, \quad \sigma'_{31} = \sigma_{31}, \quad (5)$$

$$u'_{11} = u_{11}, \quad u'_{22} = u_{22}, \quad u'_{12} = u_{12}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{ik}$  и соответствующие компоненты тензора деформаций  $u_{ik}$  даны в указанной выше системе координат ( $X_3 \parallel ON$ ,  $X_2 \parallel OT_1$ ,  $X_1 \parallel C_2$ ).

Предполагая, что прослойка достаточно тонка, можно, используя (6) и известные соотношения между коэффициентами упругости тригональных кристаллов, а также кристаллографические данные о взаимном расположении материнского кристалла и двойниковой прослойки, выразить недостающие в (5) компоненты тензора  $\sigma'_{ik}$  через  $\sigma_{ik}$  следующим образом:

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11} + \frac{2(BC - AD)}{s_{11}C - A^2} \sigma_{23}, \quad (7)$$

$$\sigma'_{22} = \sigma_{22} + \frac{2(s_{11}D - AB)}{s_{11}C - A^2} \sigma_{23}, \quad (8)$$

$$\sigma'_{12} = \sigma_{12} + \frac{2s_{14}}{s_{11} - s_{12}} \sigma_{31}, \quad (9)$$

\* Пользуюсь случаем выразить благодарность И. М. Лифшиц и Л. Н. Розенцвейг за любезное указание на применимость полученных ими результатов к настоящей задаче и предоставленную мне возможность ознакомиться с содержанием этой статьи до появления ее в печати.

где

$$A = (s_{12} - s_{13}) \sin^2 \varphi + 1/2 s_{14} \sin 2\varphi + s_{13}, \quad (10)$$

$$B = s_{14} \sin^2 \varphi + 1/2 (s_{13} - s_{12}) \sin 2\varphi, \quad (11)$$

$$C = (s_{11} + s_{33}) \sin^4 \varphi + (1/2 s_{13} + 1/4 s_{44}) \sin^2 2\varphi - 2s_{33} \sin^2 \varphi - s_{14} \sin^2 \varphi \sin 2\varphi + s_{33}, \quad (12)$$

$$D = -s_{14} \sin^4 \varphi + 1/4 s_{44} \sin^2 2\varphi + 1/2 [(s_{44} - s_{33} + 2s_{13} - s_{11}) \sin^2 \varphi + s_{33} - s_{13}] \sin 2\varphi. \quad (13)$$

Здесь  $s_{pq}$  — коэффициенты упругости,  $\varphi$  — угол между направлением  $OC_3$  и  $OT_1$  (рис. 1).

Пользуясь численными значениями  $s_{pq}$  (5), получаем для прямого двойникования кальцита, когда двойникуется материнский кристалл, вместо (7), (8), (9):

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11} + 1,3 \sigma_{23}, \quad (7')$$

$$\sigma'_{22} = \sigma_{22} + 1,5 \sigma_{23}, \quad (8')$$

$$\sigma'_{12} = \sigma_{12} + 1,2 \sigma_{31}. \quad (9')$$

В этом случае существенными являются значения  $\sigma_{ik}$ ,  $\sigma'_{ik}$ , поскольку они относятся к прослойке, которая не двойникуется, могут быть учтены только как напряжения, вызывающие при неосторожном двойниковании разрывы и трещины.

Чтобы производить возвратное двойникование сжатием, необходимо предварительно каким-либо способом (например сдвигом) получить образец с двойниковой прослойкой, в котором оптическая (тройная) ось образует с  $OX_2$  угол  $\pi - \varphi$ .

В этом случае двойнивающими будут напряжения  $\sigma_{ik}^{**}$  внутри прослойки, а напряжения  $\sigma_{ik}^*$  в материнском кристалле не будут играть существенной роли, подобно тому как при прямом двойниковании не имеют существенного значения  $\sigma_{ik}$ .

Заменяя в (10), (11), (12) и (13)  $\varphi$  на  $\pi - \varphi$  и подставляя полученные значения  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$ , и  $D^*$  в (7), (8) и (9), получим:

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11}^* + 0,5 \sigma_{23}^*, \quad (7^*)$$

$$\sigma'_{22} = \sigma_{22}^* - 1,3 \sigma_{23}^*, \quad (8^*)$$

$$\sigma'_{12} = \sigma_{12}^* + 1,2 \sigma_{31}^*. \quad (9^*)$$

Остальные компоненты  $\sigma_{ik}^{**}$  получаются подобно (5) из

$$\sigma_{33}^{**} = \sigma_{33}^*, \quad \sigma_{23}^{**} = \sigma_{23}^*, \quad \sigma_{31}^{**} = \sigma_{31}^*, \quad (5^*)$$

где  $\sigma_{ik}^*$  получаются подобно (1) из

$$\sigma_{ik}^* = \alpha_{i3}^* \alpha_{k3}^* p^*, \quad (1^*)$$

$\alpha_{i3}^*$  и  $p^*$  определяются из условий опыта так же, как  $\alpha_{i3}$  и  $p$  в формулах (1), (2), (3) и (4).

Фогт (3) измерил предельные касательные напряжения  $\sigma_{I23}$  при двойниковании двух монокристалльных образцов кальцита сжатием и получил 3200 г/мм<sup>2</sup> для одного и 7500 г/мм<sup>2</sup> для другого.

Предельные касательные напряжения двойникования перерезывающими силами (при небольшом изгибающем моменте) для бикристаллов кальцита  $\sigma_{III23}$  составляют, в зависимости от степени упрочнения, от 50 до 400 г/мм<sup>2</sup> (6).

Столь сильное различие между  $\sigma_{I23}$  и  $\sigma_{III23}$  привлекает к себе внимание, поэтому было решено выполнить эти измерения на одних и тех же образцах при одинаковых условиях.

Так как ориентация плоскости двойникования и кристаллографических осей материнского кристалла не изменяется в процессе двойникования, то изменения  $\sigma_{ik}$  в процессе измерения целиком определяются изменениями  $p$ . Для каждого данного образца с известными значениями  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  можно по заданному  $p$  вычислить с помощью приведенных выше формул все компоненты тензора напряжений как в материнском кристалле, так и в прослойке. Очевидно, что при одинаковых значениях  $ik$  в одном и том же образце

$$\sigma_{ik}/\sigma_{IIIik} = p_I/p_{III}.$$

Временно оставляя в стороне вопрос о влиянии различных компонент тензора напряжений на условия пластичности, можно ограничиться определением  $p_I/p_{III}$  для грубого сравнения механических свойств моно- и бикристаллов.

Предварительные измерения показали, что в случае кальцита  $p_I/p_{III} > 8$ . Следовательно, сопротивление монокристалла значительно превышает сопротивление бикристалла. При двойниковании монокристалла сопротивление резко уменьшается в момент появления первых признаков пластичности. Подобное явление известно в случае деформации поликристаллического мягкого железа, когда различают „верхний“ и „нижний“ пределы текучести, отличающиеся на 10—20% друг от друга (см., например, (7)). „Верхний“ предел текучести приписывают сопротивлению „каркаса“ межкристаллических прослоек, а „нижний“ — сопротивлению „более мягких кристаллических зерен“, так как принято считать, что монокристаллы чрезвычайно пластичны.

Опыты с кальцитом и натронной селитрой показывают, однако, что должны существовать различные пределы текучести на различных стадиях деформации, причем первые стадии, когда еще не нарушена монокристалльность образца, характеризуется высоким сопротивлением.

Возможно, что правильное объяснение указанных свойств поликристаллов следует строить подобным образом. Вероятно также, что парадоксальное расхождение между теоретической и экспериментальной прочностью кристаллов может быть результатом того, что экспериментальные определения механической прочности производились над образцами с прослойками или полосами, образование которых чрезвычайно облегчается неравномерным распределением нагрузок, как это было показано на примере кальцита (2).

Физико-технический институт  
Академии Наук УССР,  
Харьков

Поступило  
15 III 1947

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Р. И. Гарбер, ДАН, 21, № 5, 233 (1938). <sup>2</sup> Р. И. Гарбер, ЖЭТФ, 17, в. 1 (1947). <sup>3</sup> W. Voigt, Wiedem. Ann., 67, 201 (1899). <sup>4</sup> И. М. Лифшиц и Л. Н. Розенцвейг, ЖЭТФ, 16, 967 (1946). <sup>5</sup> W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, 1928, стр. 753. <sup>6</sup> Р. И. Гарбер, ЖЭТФ, 16, 10, 923 (1946). <sup>7</sup> А. Надаи, Пластичность, 1936, стр. 12 и далее, стр. 75 и далее.