

Д. ИВАНЕНКО и А. СОКОЛОВ

НОВЫЕ СЛЕДСТВИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 24 VII 1947)

Для трактовки новых эффектов гравитационной аннигиляции и порождения частиц необходимо сперва подвергнуть гравитационное поле вторичному квантованию и установить связь частиц с полем.

1. Квантование поля. Сейчас нас интересует лишь „поперечно-поперечная“ часть слабого гравитационного поля, соответствующая реально испускаемым гравитонам. Поэтому из малых добавок $h_{\mu\nu}$ к основной псевдо-евклидовой метрике

$$g^0_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = e_{\mu} \delta_{\mu\nu} \quad (1)$$

останутся лишь пространственные компоненты h_{ns} *

Здесь e_{μ} значки Эйзенхарта, по которым нет суммирования ($e_1=e_2=e_3=-1$, $e_4=1$).

При этом выберем калибровку так, чтобы

$$\frac{\partial h_{ns}}{\partial x^s} = 0, \quad h_{nn} = 0. \quad (2)$$

Дадим наиболее простой вывод квантования поля гравитонов. Разложим поле в ряд Фурье

$$h_{ns} = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_l \sqrt{\frac{8\pi\kappa\hbar}{c^3 l}} \left(q_{ns} e^{-ict + i\vec{l}\vec{r}} + q_{ns}^+ e^{ict - i\vec{l}\vec{r}} \right), \quad (3)$$

где κ — гравитационная постоянная.

Тогда, учитывая значение лагранжиана и затем дефинитной плотности энергии, получим следующие бозевские правила перестановки для амплитуд гравитонов:

$$[q_{ns} q_{n's'}^+] = Q_{nn'} Q_{ss'} + Q_{ns'} Q_{sn'} - Q_{ns} Q_{n's'}, \quad (4)$$

где

$$Q_{nn'} = \delta_{nn'} - \frac{\ln l n^4}{l^2}. \quad (5)$$

* Латинские индексы принимают значения 1, 2, 3.

2. Взаимодействие частиц с гравитонами. Ограничимся сейчас скалярными бесспиновыми частицами, волновое уравнение движения которых в гравитационном поле имеет вид:

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 - k_0^2\right) \Psi = U \Psi, \quad (6)$$

где масса частицы $m = \hbar k_0 / c$.

В слабом поле имеем:

$$U = -h_{ns} \nabla_n \nabla_s - (\nabla_s h_{ns} h_{nk}) \nabla_k - \frac{1}{4} e_\alpha (\nabla_\alpha h_{ns}^2) \nabla_\alpha. \quad (7)$$

Учет спина не меняет порядка результатов. Для частиц спина $1/2$ следовало взять уравнение Дирака в общей теории относительности (1), причем целесообразно ввести матричные векторы слабого поля

$$\gamma^\mu = \gamma_0^\mu - h^\mu, \quad (8)$$

где

$$h^\mu = \frac{1}{2} \gamma_0^\lambda e_\lambda h_{\mu\nu}.$$

3. Излучение гравитонов. Для описания излучения единичных гравитонов достаточно взять в энергии взаимодействия частиц с полем первый член, представляющий по существу связь с квадрупольным гравитационным полем:

$$U = -h_{ns} \nabla_n \nabla_s. \quad (9)$$

Беря за начальную функцию плоскую волну

$$\Psi_0 = e^{-i c k_0 t} \Psi_0(\vec{r})$$

и за конечную

$$\Psi_1 = \sum_k C_k e^{-i c k t} \Psi_k(\vec{r}),$$

а также учитывая отсутствие гравитонов в начальный момент, получим для дираковских коэффициентов возмущения

$$C_k = -\frac{i c}{2 k_0} \int_0^t dt \int \Psi_1^\dagger U \Psi_0 d\tau. \quad (10)$$

Отсюда для излученной за одну секунду энергии W получим (см. также (2)):

$$W = \frac{8 \kappa \omega^2}{5 c^5 m^2} \left(p_{ns}^2 - \frac{1}{3} p_{nn}^2 \right). \quad (11)$$

Здесь $p_{ns} = \int d\tau \Psi_1^\dagger(\vec{r}) p_n p_s \Psi_0(\vec{r})$; $p_n = \frac{\hbar}{i} \nabla_n$; $\omega = c l = c(K_0 - K)$ —

частота гравитонов, причем $\omega \frac{a}{c} \ll 1$, где a — размеры системы.

Небезинтересно заметить, что порядок величины излученной энергии можно весьма просто получить, исходя из эйнштейновского коэффициента A для вероятности дипольного излучения фотонов и обобщая,

во-первых, дипольный коэффициент на квадрупольный, согласно характеру гравитационного поля, соответствующего спину гравитона 2, и, во-вторых, заменяя электрический заряд e на „гравитационный заряд“ $V \times m$. Силу гравитационного лучистого торможения, пропорциональную 5-й производной от квадрупольного момента, проще всего получить из учета баланса энергии.

4. Гравитационная аннигиляция частиц. Подчеркнем теперь, что релятивистская квантовая механика с необходимостью приводит к возможности превращения любых частиц в кванты всевозможных полей, с которыми эти частицы взаимодействуют. Например, электрон и позитрон могут аннигилировать не только с испусканием двух фотонов, но также двух гравитонов⁽³⁾. Возможно также обратное порождение пары частиц за счет энергии гравитационного поля. Для описания аннигиляции с испусканием двух гравитонов оставим в энергии взаимодействия (7) квадратичные относительно h_{ns} члены. Тогда, беря начальную и конечную функции в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0 &= \frac{1}{L^{3/2} K^{3/2}} e^{-ickt + i \vec{k} \vec{r}}, \\ \Psi_1^* &= \frac{C}{L^{3/2} K^{1/2}} e^{-ickt - i \vec{k} \vec{r}}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

и вычисляя дираковские коэффициенты C , получим для эффективного сечения аннигиляции пары частиц

$$\sigma = 24 \pi r_g^2 \frac{c}{v} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2, \quad (13)$$

где $E = hcK$ — энергия частиц, v — скорость, a — гравитационный радиус для электрона:

$$r_g = \frac{\lambda m}{c^2} \cong 10^{-55} \text{ см.}$$

Эта формула весьма сходна с дираковской формулой для вероятности аннигиляции электрона и позитрона в два фотона и отличается от последней по порядку в сущности лишь заменой электромагнитного радиуса на гравитационный и введением характерного квадрупольного множителя. Другие эффекты трансмутаций с участием гравитонов также будут по существу определяться гравитационным радиусом частиц и гравитационной постоянной тонкой структуры $\gamma = \lambda m^2 / ch$.

Следовательно, вероятность подобных эффектов в обычных условиях ничтожна, хотя не следует забывать, что все эффекты подсчитываются именно в предположении слабого поля. Поэтому гравитационное поле весьма хорошо отделяется от других видов вещества в противоположность, например, полю фотонов, которое при высоких температурах всегда смешано с электронами-позитронами и мезотронами.

С другой стороны, принципиальная возможность указанных трансмутаций, которые должны иметь место также и в общем случае не слабого поля, повидимому, позволяет сделать, наконец, весьма существенный шаг к объединению обычной формы вещества, т. е. элементарных частиц и фотонов, с особой формой вещества, т. е. метрическим или гравитационным полем. Если первый, ньютоновский этап в понимании тяготения и пространства — времени характеризовался отрывом их от всех других видов физической реальности, а второй, эйнштейновский этап заключался в открытии воздействия всех

видов вещества на пространство — время, причем гравитационное поле оказалось связанным с искривлением пространства (4), то нынешний, третий этап релятивистского квантового понимания тяготения приводит, как мы видим, к возможности превращения частиц в поле тяготения и обратно. Это, возможно, будет иметь также значение для космологических проблем.

Физический институт
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
24 VII 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ V. Fock and D. Iwanenko, C. R., 188, 1470 (1929); E. Schrödinger, Ber., Berlin, 1932; Belinfante, Physica, 7, 305 (1940). ² W. Pauli and M. Fierz, Proc. Roy. Soc., A, 173, 212 (1939); Sow. Phys., 9, 140 (1936). ³ Д. Иваненко, Усп. физ. наук, 32, №№ 2, 3 (1947). ⁴ A. Einstein, The Meaning of Relativity, Princeton, 1946.