

К. В. ВЛАДИМИРСКИЙ

## О КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЯВЛЕНИЯХ В ПАРАМАГНЕТИЗМЕ ЯДЕР

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 13 IX 1947)

В работах Блоха<sup>(1)</sup>, Персея<sup>(2)</sup>, Роллена<sup>(3)</sup> и других авторов изучены явления резонансного изменения поглощения и магнитной восприимчивости, связанные с прецессией магнитных моментов ядер в адиабатически изменяющихся внешних полях. В настоящей работе исследуются явления, возникающие при увеличении частоты модуляции  $\Omega$  и уменьшении амплитуды радиочастотного поля за пределы области адиабатического прохождения через резонанс.

Экспериментальная часть, так же как и основной работы Блоха с сотрудниками<sup>(1)</sup>, относится к магнитным моментам протонов. Образец (пробирка с водой или водным раствором парамагнитной соли) помещался в поле катушки, находящейся между полюсами магнита. Ось катушки была перпендикулярна полю магнита. К части витков катушки по ненастроенной цепи подавалось напряжение высокой частоты (порядка  $3,5 \cdot 10^6$  гц) от стабильного генератора с самовозбуждением. Катушка настраивалась переменным конденсатором. Амплитудное значение радиочастотного магнитного поля в катушке было в основных экспериментах порядка 0,2 эрстед. Поле магнита (порядка 800 эрстед) модулировалось с помощью катушек гельмгольцевского типа; применялась модуляция синусоидальная и прямоугольными импульсами. Частота модуляции могла изменяться в пределах от 20 до  $20 \cdot 10^3$  гц, максимальная глубина модуляции соответствовала расстройке радиочастоты от резонансного значения порядка  $10^4$  гц. Наблюдалось затухание контура с помощью катодного осциллографа.

Проделанные с помощью этой установки наблюдения при частотах модуляции порядка 20 гц в основном повторяют опыты Блоха и других авторов. На образцах воды с небольшим количеством растворенной парамагнитной соли отчетливо наблюдается линия поглощения; при расстройке контура наблюдаются антисимметричные фигуры, соответствующие изменению магнитной проницаемости. Явления существенным образом изменяются при увеличении частоты модуляции. При наблюдении поглощения в функции времени за линией поглощения следует область затухающих колебаний, которые при дальнейшем увеличении частоты модуляции захватывают весь период модуляции. Затухание колебаний уменьшается с уменьшением концентрации парамагнитной соли.

Наблюдения на чистой воде показывают при всех частотах модуляции наличие незатухающих колебаний. Колебания не изохронны. Частота колебаний всегда увеличивается с увеличением расстройки; моментам прохождения через резонанс соответствуют кривые типа  $\sin x^2$  в области малых  $x$ . Модуляция прямоугольными импульсами дает наиболее простые осциллограммы, состоящие из отрезков синусоид двух различных периодов. При наиболее высоких частотах модуля-

ции осциллограммы, соответствующие синусоидальной модуляции, и модуляции прямоугольными импульсами почти идентичны. При изменении любого из параметров опыта возникают релаксационные изменения осциллограммы, которые длятся около 10 сек. (1) и всегда заканчиваются установлением стационарного периодического процесса.

Отсутствие заметного затухания колебаний в течение периода модуляции и большая постоянная времени, характеризующая релаксационные явления в воде, не содержащей парамагнитных солей, позволяют предположить, что наиболее существенные черты наблюдаемых нами явлений могут быть поняты с помощью уравнений, не содержащих релаксационных членов (1):

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma_1 [\vec{M}\vec{H}], \quad H_x = 2H_1 \cos \omega t, \quad H_y = 0, \quad H_z = H_0, \quad (1)$$

где  $\vec{M}$  — суммарный макроскопический магнитный момент [протонов,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение, т. е. отношение магнитного момента протона к его механическому моменту,  $\vec{H}$  — магнитное поле. Если пренебречь, как это делает Блох (1, 4), циркулярной компонентой внешнего поля, соответствующей вращению против направления прецессии, уравнения (1) сводятся к системе:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} + \Delta\omega v &= 0, \\ \frac{dv}{dt} - \Delta\omega u + \omega_1 M_z &= 0, \quad \frac{dM_z}{dt} - \omega_1 v = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $u$  и  $v$  связаны с  $M_x$  и  $M_y$  соотношениями

$$M_x = u \cos \omega t - v \sin \omega t, \quad M_y = \mp (u \sin \omega t + v \cos \omega t), \quad (\gamma \leq 0),$$

$\omega$  и  $2H_1$  — круговая частота и амплитуда радиочастотного поля,  $\Delta\omega = \gamma H_0 - \omega$  (периодическая функция времени с периодом  $2\pi/\Omega$ ),  $\omega_1 = \gamma H_1$ . Значения  $u > 0$  соответствуют прецессии магнитного момента в фазе с полем, т. е. увеличению магнитной восприимчивости; значения  $v < 0$  соответствуют прецессии с отставанием по фазе на  $\pi/2$ , т. е. поглощению.

Качественное исследование системы (2) может быть проведено для произвольной периодической зависимости  $\Delta\omega$  от времени. Уравнения (2) имеют периодические коэффициенты с общим периодом  $2\pi/\Omega$  и поэтому решения их имеют вид периодических функций времени с тем же периодом, умноженных на величины  $\rho_1^{\Omega t/2\pi}$ ,  $\rho_2^{\Omega t/2\pi}$ ,  $\rho_3^{\Omega t/2\pi}$ , где  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  — корни характеристического уравнения (3).

Из сохранения численной величины магнитного момента непосредственно следует, что решения системы не могут возрастать или убывать экспоненциально и, следовательно, все три корня характеристического уравнения должны обладать модулями, равными 1.

Из вида коэффициентов характеристического уравнения следует, что среди корней непременно имеется один, равный единице, а остальные два являются, вообще говоря, комплексно сопряженными. Система (2), таким образом, имеет одно периодическое решение и два непериодических. Значения соответствующих этим решениям произвольных постоянных определяются, очевидно, не начальными условиями, а кинетическими явлениями в веществе образца. Эти постоянные

можно оценить, полагая приближенно среднее по времени от  $M_z$  равным равновесному статическому значению суммарного макроскопического магнитного момента ядер в поле  $H_z = H_0$ :

$$\overline{M}_z = \chi H_0. \quad (3)$$

Непериодические решения в общем случае содержат множителем функцию вида  $e^{2i/2\pi}$ , некогерентную с периодом модуляции. Соответствующее этим решениям среднее значение  $M_z$  равно нулю, вследствие чего непериодические процессы являются термодинамически невыгодными и должны затухать со временем, что и наблюдается на опыте. Для нахождения постоянной, определяющей амплитуду периодического решения, необходимо иметь конкретное решение для данного вида модуляции.

Для модуляции прямоугольными импульсами периодическое решение системы (2), прито и точное, можно получить путем сшивания решений для постоянного поля  $H_z$ :

$$\begin{aligned} v' &= C \frac{\Delta\omega' - \Delta\omega''}{\omega_1} \sin \frac{\pi}{2\Omega} \sqrt{\Delta\omega''^2 + \omega_1^2} \sin \sqrt{\Delta\omega'^2 + \omega_1^2} t, \\ v'' &= C \frac{\Delta\omega'' - \Delta\omega'}{\omega_1} \sin \frac{\pi}{2\Omega} \sqrt{\Delta\omega'^2 + \omega_1^2} \sin \sqrt{\Delta\omega''^2 + \omega_1^2} t. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\Delta\omega'$ ,  $v'$  и  $\Delta\omega''$ ,  $v''$  относятся, соответственно, к первой и второй половинам периода. Для удобства вычислений начала отсчета времени выбраны в середине каждого полупериода.

Решение (4) дает хорошее совпадение с опытами, проделанными на образцах воды, не содержащей парамагнитных солей. Простой вид выражения для  $v$  позволяет ограничиться измерением периодов и амплитуд непосредственно на экране осциллографа. Вычисленные значения частот всегда в пределах погрешностей эксперимента совпадают с наблюдаемыми (при  $\Delta\omega \gg \omega_1$  частота прецессии близка к частоте прецессии в отсутствие радиочастотного поля,  $v = \text{const} \cdot \sin \Delta\omega t$ ). Значения амплитуд, полученные с помощью соотношения (3), дают удовлетворительное качественное согласие с результатами опытов. Наиболее интересны наблюдения для значений параметров уравнений (2), близких к значениям, которым соответствуют корни выражения для  $\overline{M}_z$ . Если проследить за явлениями, сопровождающими изменение радиочастоты  $\omega$ , то решение (4) вместе с условием (3) дает рост амплитуд до бесконечности с переменной знака постоянной  $C$  после прохождения  $\omega$  через значение  $\omega^*$ , соответствующее  $\overline{M}_z = 0$ . Эти явления наблюдаются экспериментально, с тем отличием, что амплитуды проходят через нуль в точке  $\omega = \omega^*$  и достигают максимума по обе стороны от этого значения. Для  $\Delta\omega \gg \omega_1$  условие  $\overline{M}_z = 0$  равносильно соотношению

$$\Delta\omega^* = \frac{\Delta\omega' + \Delta\omega''}{2} = n\Omega. \quad (5)$$

Это соотношение легко проверяется на опыте.

Наблюдения, проделанные в тех же условиях с водными растворами парамагнитных солей, дают картину, в общем близкую к результатам, полученным для воды. Наиболее характерные изменения возникают для частот, удовлетворяющих соотношению (5). Здесь наблюдаются кривые, соответствующие при избранном нами начале отсчета четной зависимости от времени, причем амплитуды не прохо-

дят через нуль. Эти отклонения от точных решений системы (2) могут служить, повидимому, пробным камнем для уравнений, описывающих связанные с ядерным парамагнетизмом релаксационные явления.

Физический институт  
им. П. Н. Лебедева  
Академии Наук СССР

Поступило  
13 IX 1947

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> F. Bloch, Phys. Rev., **70**, 460 (1946); F. Bloch, W. W. Hansen and M. Packard, Phys. Rev., **69**, 37 (1946); **70**, 474 (1946). <sup>2</sup> E. U. Purcell, H. C. Torrey and R. V. Pound, Phys. Rev., **69**, 37 (1946). <sup>3</sup> B. V. Rollin, Nature, **158**, 670 (1946). <sup>4</sup> F. Bloch and A. Siegert, Phys. Rev., **57**, 522 (1940). <sup>5</sup> А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, 1935.