Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVII, № 2

ГЕОФИЗИКА

А. Г. КОЛЕСНИКОВ

ВЫЧИСЛЕНИЕ СУТОЧНОГО ХОДА ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 8 I 1947)

В настоящей работе сделана попытка дать метод вычисления суточного хода температуры поверхностного слоя моря по записанным актинометрическим и метеорологическим элементам, входящим в определяющий этот ход тепловой баланс на поверхности моря.

Представим участок достаточно глубокого моря, в котором отсутствует адвекция — в этом случае перенос тепла в водной среде будет происходить лишь по вертикали и осуществляться турбулентной теплопроводностью, а в поверхностном слое кроме того, и потоком суммарной радиации, проникающей в светлую часть суток в водные массы.

Если на некоторой высоте над уровнем моря задан ход температуры воздуха $t_0(\tau)$, суммарной радиации $J_0(\tau)$ (имея в виду прямую и рассеянную радиации), эффективного излучения черной поверхности $R_0(\tau)$, измеренного пиргеометром, и величин испарения $W_0(\tau)$ и конденсации $Q_0(\tau)$, измеренных эвапорометром, то по ним легко найти, пересчетом на поверхность моря, все составляющие теплового баланса, т. е. теплообмен конвекцией, поток суммарной радиации, входящий в воду, эффективное излучение водной поверхности и теплообмен испарением и конденсацией. Результирующая этого баланса, в зависимости от знака, приводит либо к нагреванию, либо к охлаждению водных масс и определяет тем самым ход температуры поверхности моря. Рассмотрим суточный ход температуры моря в период летнего нагрева *.

В соответствии с принятыми выше условиями, распределение температур в море будет подчиняться уравнению турбулентного обмена, с учетом притока тепла вследствие поглощения радиации в объеме. Последний легко вычисляется, исходя из условия, что поток суммарной радиации распространяется в воде вертикально и ослабление его с глубиной y следует экспоненциальному закону с коэффициентом поглощения β. Поглощение суммарной радиации водой носит явно избирательный характер. Выберем, в связи с поставленной задачей, значение β, соответствующее поверхностному слою, и будем считать его внутри слоя постоянным.

Разложим произвольные функции времени $t_0(\tau)$, $J_0(\tau)$, $R_0(\tau)$, $W_0(\tau)$ и $Q_0(\tau)$ в интервале периода T в ряды Фурье, ограничиваясь для каждой из них степенью точности, даваемой k гармониками, причем k задается рядом, обладающим максимальным числом членов.

Уравнение переноса тепла примет тогда вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{A_y}{\rho} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{(1-A)}{c\rho} \beta \sum_{n=0}^{k=n} \left\{ A_n^J \cos \frac{2\pi n \tau}{T} + B_n^J \sin \frac{2\pi n \tau}{T} \right\} e^{-\beta y}. \qquad (1)$$

* Все наши рассуждения справедливы, понятно, для поверхности моря, свободной от льда.

Здесь t — температура, c — теплоемкость, ρ — плотность воды, A — альбедо водной поверхности для суммарной радиации и A_y — коэффициент турбулентного обмена по вертикали, который во всем поверхностном слое считается постоянным. В качестве граничных условий примем: на поверхности, в соответствии с изложенным выше, баланс тепла

$$y=0, \ -cA_y\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}=\alpha_0\left\{\sum_{n=0}^{n=k}\left(A_n\cos\frac{2\pi n\tau}{T}+B_n\sin\frac{2\pi n\tau}{T}\right)\right\}, \quad (2)$$

на глубине y, где приток тепла, вследствие поглощения радиации, становится исчезающе малым, — постоянство по глубине градиента осредненной (в интервале периода T) температуры:

$$y=y_1 \quad \left[\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{T}\int_0^T t(\tau)\,d\tau\right\}\right]=G. \quad (3)$$

Здесь $\alpha_0=\alpha+4a\sigma\theta_0^3$ — суммарный коэффициент теплообмена конвекцией и излучением, α — коэффициент теплообмена конвекцией, σ — коэффициент излучения абсолютно черного тела, a — лучеиспускательная способность водной поверхности, θ_0 — среднее в интервале T значение абсолютной температуры воздуха, r — теплота испарения (конденсации), p — редукционный коэффициент для приведения измерений по эвапорометру к испарению с поверхности моря и p' — тот же коэффициент для конденсации.

$$A_n=A_n^t-\frac{aA_n^R+rpA_n^W-rp'A_n^Q}{\alpha_0}, \quad B_n=B_n^t-\frac{aB_n^R+rpB_n^W-rp'B_n^Q}{\alpha_0}.$$

В свою очередь, A_n^t, A_n^R, A_n^W, A_n^Q B_n^t, B_n^R, B_n^W, B_n^Q — коэффициенты при косинусах и синусах в рядах Фурье, соответственно: температуры воздуха, эффективного излучения, измеренного пиргеометром, испарения и конденсации.

Полагая колебания всех составляющих баланса установившимися, решение уравнения (2) ищем в виде:

$$t=U_0(y)+U_1(\tau)e^{-\beta y}=\sum_{n=1}^{n=k}V_n(y,\tau), \quad (4)$$

причем U_0 подчиняется уравнению

$$cA_y\frac{d^2U_0}{dy^2}+(1-A)\beta A_0^J e^{-\beta y}=0 \quad (5)$$

и граничным условиям

$$y=0, \quad -cA_y\left(\frac{dU_0}{dy}\right)_{y=0}=\alpha_0\left\{A_0^t-\frac{aA_0^R+rpA_0^W-rp'A_0^Q}{\alpha_0}-U_0\right\}, \quad (6)$$

$$y=y_1, \quad \left.\frac{dU_0}{dy}\right|_{y=y_1}=G. \quad (7)$$

Соответственно для U_1 справедливо уравнение

$$\frac{A_y}{\rho}\beta^2U_1+\frac{\beta(1-A)}{c\rho}\sum_{n=1}^{n=k}\left\{A_n^J\cos\frac{2\pi n\tau}{T}+B_n^J\sin\frac{2\pi n\tau}{T}\right\}=\frac{dU_1}{d\tau}. \quad (8)$$

Наконец, функция V_n удовлетворяет уравнению

$$\frac{A_y}{\rho} \frac{\partial^2 V_n}{\partial y^2} = \frac{\partial V_n}{\partial \tau} \text{ при } n=1,2,\ldots,k \tag{9}$$

и условию на границе

$$y=0, \quad -cA_y \frac{\partial}{\partial y} \{U_1 e^{-\beta y} + V_n\}_{y=0} =$$

$$= \alpha_0 \left[A_n \cos \frac{2\pi n\tau}{T} + B_n \sin \frac{2\pi n\tau}{T} - V_n - U_1 e^{-\beta y}\right]. \tag{10}$$

Объединяя отдельные решения, даваемые уравнениями (5), (8) и (9), получим общее уравнение для распределения температур в море:

$$t = \frac{(1-A)}{cA_y} A_0^J \left\{\frac{1}{\beta} - \frac{e^{-\beta y}}{\beta} + \frac{cA_y}{\alpha_0}\right\} + G\left(y + \frac{cA_y}{\alpha_0}\right) +$$

$$+ A_0^t - \frac{aA_0^R + rpA_0^W - rp'A_0^Q}{\alpha_0} -$$

$$- \frac{\beta(1-A)}{c\rho} e^{-\beta y} \sum_{n=1}^{n=k} \sqrt{\frac{(A_n^J)^2 + (B_n^J)^2}{\left(\frac{A_y}{\rho} B^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2}} \cos\left\{\frac{2\pi n\tau}{T} + \right. \tag{11}$$

$$\left. + \operatorname{arc\,tg} \frac{2\pi n\rho}{A_y \beta^2 T} - \operatorname{arc\,tg} \frac{B_n^J}{A_n^J}\right\} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{n=k} \eta_n \sqrt{(A_n^C)^2 + (B_n^C)^2}\, e^{-\sqrt{\frac{\pi n\rho}{A_y T}} y} \cos\left\{\frac{2\pi n\tau}{T} - \sqrt{\frac{\pi n\rho}{A_y T}} y - \varphi_n\right\}.$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\eta_n = \sqrt{\frac{\left(\frac{\alpha_0}{cA_y}\right)^2}{\frac{2\pi n\rho}{A_y T} + 2\frac{\alpha_0}{cA_y}\sqrt{\frac{\pi n\rho}{A_y T}} + \left(\frac{\alpha_0}{cA_y}\right)^2}},$$

$$A_n^C = \frac{(1-A) A_y \beta^2 \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{cA_y\beta}\right) D_n^J}{\rho\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\}} + A_n,$$

$$B_n^C = B_n - \frac{(1-A) A_y \beta^2 \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{cA_y\beta}\right) F_n^J}{\rho\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\}},$$

$$D_n^J = A_n^J \frac{A_y}{\rho}\beta^2 + B_n^J \frac{2\pi n}{T} \qquad F_n^J = A_n^J \frac{2\pi n}{T} - B_n^J \frac{A_y}{\rho}\beta^2,$$

$$\varphi_n = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\alpha_0^2 T}{c^2 A_y \rho\pi}}} + \operatorname{arc\,tg} \frac{B_n^C}{A_n^C}.$$

Найденное уравнение показывает, что распределение температур может быть представлено стационарной частью U_0, определяющейся средними значениями составляющих теплового баланса в интервале периода T, на которую наложена нестационарная, колебательная часть $U_1 e^{-\beta y} + \sum_{n=1}^{n=k} V_n$. Последняя при произвольном характере колебаний составляющих теплового баланса описывается суммой k гармонических колебаний с теми же периодами, но со сложными выражениями для амплитуд и сдвигов фаз. Амплитуды колебаний температуры и сдвиги фаз, как следовало ожидать, зависят от всех составляющих теплового баланса.

Пользуясь уравнением (11), легко получить искомое соотношение для температуры поверхности моря; оно имеет вид:

$$
\begin{aligned}
t_n = {} & \frac{1}{\alpha_0}\left\{(1-A)A_0^J + cA_yG + \alpha_0 A_0^t - aA_0^R - rpA_0^W rp' A_0^Q\right\} + \\
& + \sum_{n=1}^{n=k}\left[\eta_n^2\left\{(A_n^C)^2 + (B_n^C)^2\right\} + \left\{\frac{(1-A)\beta}{c\rho}\right\}^2 \frac{\left\{(A_n^J)^2 + (B_n^J)^2\right\}}{\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\}} + \right. \\
& + \frac{2\beta(1-A)\eta_n^2}{c\rho\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\}}\left\{\left\{A_n^C\frac{q_n}{\alpha_0} + B_n^C\left(1 + \frac{q_n}{\alpha_0}\right)\right\}F_n^J - \right. \\
& \left.\left. - \left\{A_n^C\left(1 + \frac{q_n}{\alpha_0}\right) - B_n^C\frac{q_n}{\alpha_0}\right\}D_n^J\right\}\right]^{1/2} \cos\left(\frac{2\pi n \tau}{T} - \psi_n\right), \qquad (12)
\end{aligned}
$$

где

$$
q_n = cA_y\sqrt{\frac{\pi n\rho}{A_yT}},
$$

$$
\psi_n = \operatorname{arc\,tg}\frac{\eta_n^2\left\{A_n^C\frac{q_n}{\alpha_0} + B_n\left(1 + \frac{q_n}{\alpha_0}\right)\right\}\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\} + \frac{\beta(1-A)}{c\rho}F_n^J}{\eta_n^2\left\{A_n^C\left(1 + \frac{q_n}{\alpha_0}\right) - B_n^C\frac{q_n}{\alpha_0}\right\}\left\{\left(\frac{A_y}{\rho}\beta^2\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{T}\right)^2\right\} - \frac{\beta(1-A)}{c\rho}D_n^J}, \qquad (13)
$$

Из полученного выражения (12) следует, что амплитуда колебания температуры поверхности моря возрастает вместе с ростом: притока суммарной радиации, амплитуды температуры воздуха, величины конденсации, прозрачности моря и тепловой радиации и падает с увеличением: эффективного излучения, испарения, коэффициента турбулентного обмена и скорости ветра. Все сказанное в равной мере справедливо и по отношению к сдвигу фаз температурных колебаний ψ_n, даваемому уравнением (13).

С целью проверки формулы (12) Н. Б. Трофимовой в апреле 1945 г. были проведены на Черноморской гидрофизической станции АН СССР ряд наблюдений за суточным ходом всех составляющих теплового баланса. Сравнение вычисленных по уравнению (12) температур поверхности моря с непосредственно наблюденными во всех случаях давало хорошее совпадение. Количество тепла, выделяющегося на поверхности моря при конденсации, в этих опытах, к сожалению, не фиксировалось.

Проведенная работа показала, что, имея суточный ход всех входящих в уравнение (12) актинометрических и метеорологических элементов, можно с достаточной точностью вычислять ход температуры поверхности моря.

Морская гидрофизическая лаборатория
Академии Наук СССР

Поступило
8 I 1947