Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVI, № 8

АЭРОДИНАМИКА

Л. А. ВУЛИС

О ЗАКОНЕ ОБРАЩЕНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ТЕЧЕНИИ РЕАЛЬНОГО ГАЗА

(Представлено академиком М. В. Келдышем 14 XII 1946)

В предыдущих работах автора [3] было исследовано влияние различных физических воздействий на характер движения термодинамически идеального газа. В настоящей заметке покажем, что основные результаты сохраняют свою силу при любом виде уравнения состояния.

Для этой цели напишем дифференциальные уравнения*: неразрывности

$$dG = d(F\rho g w), \tag{1}$$

Бернулли

$$\frac{dp}{\rho} + w^2 \frac{dw}{w} + g dL_T + g dL_r = 0, \tag{2}$$

второго начала термодинамики

$$dS = \frac{dQ_a + dQ_r}{T} \quad (dQ_r = A\, dL_r) \tag{3}$$

и состояния

$$\Phi(p, \rho, S) = 0.$$

Рассматривая давление как функцию двух остальных параметров состояния (плотности и энтропии), имеем

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho dS.$$

Как известно,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = a^2,$$

где a — скорость звука. Используя известные соотношения

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_p \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_\rho = -1, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_\rho = 1\ ,$$

а также равенство

$$\left(\frac{d\rho}{dS}\right)_p = \frac{T}{c_p}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p,$$

---

* Обозначения см. [3].

перепишем первый член в уравнении Бернулли в виде:

$$\frac{\overline{\partial p}}{\rho}=a^2\left[\frac{d\rho}{\rho}-\frac{T}{c_p}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p\frac{dS}{\rho}\right].$$

Если в этом выражении заменить значения величин dS и $d\rho/\rho$ из уравнений (3) и (1), то, после подстановки их в (2) и несложных преобразований, получим

$$\left(\frac{w^2}{a^2}-1\right)\frac{dw}{w}=\frac{dF}{F}-\frac{dG}{G}-\frac{g}{a^2}\,dL_T-\frac{(\partial\rho/\partial T)_p}{\rho c_p}\,dQ_a-\left[\frac{g}{a^2}-A\,\frac{(\partial\rho/\partial T)_p}{\rho c_p}\right]dL_r. \quad (4)$$

Полученное уравнение представляет собой обобщение основного уравнения, приведенного нами ранее (см. [3]) для газа, подчиняющегося закону Клапейрона. В правой части его собраны члены, отражающие внешние физические воздействия (изменение сечения, расхода газа, обмен энергией в форме механической работы или теплоты) и воздействие трения.

Отметим, прежде всего, тождественность трех первых членов с аналогичными членами в уравнении для идеального газа [3]. Таким образом, закон обращения воздействия для изоэнтропического процесса изменения состояния ($dS=0$) сохраняется в прежнем виде.

Что касается термических воздействий, то характер влияния их на движение газа определяется частной производной $(\partial\rho/\partial T)_p$. Для огромного большинства случаев мы можем принять *

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p<0.$$

В этом предположении, как и для идеального газа, подвод тепла приводит к сближению величин w и a (как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом течении), а отвод его — к увеличению абсолютной величины разности между ними $|w-a|$.

Для движения газа под влиянием одного только трения, как указал Л. Д. Ландау [4], всегда будет иметь место ускорение дозвукового потока и замедление сверхзвукового (имеется в виду движение с трением в трубе постоянного сечения при отсутствии внешних воздействий).

Таким образом, вне зависимости от формы уравнения состояния, непрерывный переход через скорость движения, равную скорости звука, возможен единственно, если в „критическом сечении“ проходит через экстремум суммарное воздействие (правая часть уравнения (4)). Как и для идеального газа, мы можем подразделить все внешние воздействия на „прямые“ ($dF<0$, $dG>0$, $dL_T>0$, $dQ_a>0$) и „обратные“ ($dF>0$, $dG<0$, $dL_T<0$, $dQ_a<0$). Первые из них, как уже отмечалось, приводят к сближению величин w и a, т. е. к ускорению дозвукового течения и к торможению сверхзвукового; вторые — к их расхождению, т. е. торможению дозвукового и ускорению сверхзвукового потока. Включение в эту классификацию внешнего теплового воздействия связано, как мы показали, с практически весьма общим условием $(\partial\rho/\partial T)_p<0$. Наконец, как и в идеальном газе, влияние работы сил трения сказывается на смещении критического сечения ($w=a$) в область „обратного“ внешнего воздействия (например, в расходящийся насадок геометрического сопла Лаваля).

---

* В тех редких случаях, когда $(\partial\rho/\partial T)_p>0$ (например, для воды вблизи 4°C), характер теплового воздействия меняется на обратный, однако сам закон обращения воздействия сохраняется в силе, если знак $(\partial\rho/\partial T)_p$ в рассматриваемом процессе не меняется.

Сохраняют свою силу также и все выводы, связанные с введением „характеристической скорости процесса“ [3] $u=\sqrt{dp/d\rho}$ и вытекающие из модифицированного уравнения (4):

$$\left(\frac{w^2}{u^2}-1\right)\frac{dw}{w}=\frac{dF}{F}-\frac{dG}{G}-\frac{g}{u^2}\,dL_T-\frac{g}{u^2}\,dL_r \tag{5}$$

(в отличие от (4), здесь не содержится в явном виде члена, отражающего подвод или отвод тепла dQ_a). Например, при движении газа в идеальном тепловом сопле имеем

$$w^2=u^2,$$

т. е. скорость движения непрерывно совпадает с характеристической скоростью процесса.

Таким образом, принципиально не меняются для реального газа и остальные выводы, а также схемы приборов для перехода через скорость звука, рассмотренные ранее для идеального газа [3], сохраняется и явление „теплового кризиса“ [1], положенное Г. Н. Абрамовичем и автором в основу газодинамической теории распространения детонации [2].

Поступило
14 XII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. Н. Абрамович, ДАН, 54, № 7 (1946). [2] Г. Н. Абрамович и Л. А. Вулис, ДАН, **55**, № 2 (1947). [3] Л. А. Вулис, ДАН, 54, № 8 и № 9 (1946). [4] Л. Д. Ландау и Е. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1944, стр. 325.