Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVI, № 6

ФИЗИКА

В. Л. ГИНЗБУРГ и член-корреспондент АН СССР И. М. ФРАНК

ОБ ЭФФЕКТЕ ДОППЛЕРА ПРИ СВЕРХСВЕТОВОЙ СКОРОСТИ

Из оптических явлений, возникающих при скоростях, бóльших фазовой скорости света в среде, в экспериментальном отношении изучено лишь излучение быстрых электронов — так называемая радиация Черенкова. Вместе с тем, существенные особенности должны иметь место также и при движении со сверхсветовой скоростью осциллятора (возбужденного атома). Именно, в этом случае должен наблюдаться сложный эффект Допплера, при котором частоты излучения атома будут удовлетворять условиям [1]:

$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta n(\omega)\cos\theta} \quad \text{при} \quad \beta n(\omega)\cos\theta < 1, \tag{1}$$

$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\beta^2}}{\beta n(\omega)\cos\theta - 1} \quad \text{при} \quad \beta n(\omega)\cos\theta > 1, \tag{2}$$

где θ — угол между нормалью к волне, т. е. лучом, и скоростью атома $\vec{v}$, $\beta = v/c$, ω_0 — собственная частота атома в системе, где он покоится, и $n(\omega)$ — показатель преломления для допплеровской частоты.

В отличие от уравнения (1), всегда имеющего решения (при $n(\omega)$, соответствующем реальной среде), решения уравнения (2) могут иметься лишь для допплеровских частот, для которых скорость v является сверхсветовой, т. е. $\beta n(\omega) > 1$, и притом для $\theta < \pi/2$. Число этих решений (для данного θ) не менее двух [1].

Отметим, что появление сразу нескольких допплеровских частот (при заданных θ и v) возможно и при $\beta n(\omega) < 1$ в силу того, что уравнение (1) (так же, как и (2)) не является линейным относительно ω. Как указал Л. И. Мандельштам*, такой „сложный эффект Допплера" непосредственно связан с групповой скоростью света. Действительно, можно показать, что условие его возникновения [1] эквивалентно требованию, чтобы скорость излучателя была больше групповой скорости света, соответствующей одной из допплеровских частот. Это же требование всегда удовлетворяется и для уравнения (2) в том случае, когда оно имеет решения.

Проведенное ниже квантовое рассмотрение „сверхсветового" эффекта Допплера (2) показывает, что в этом случае излучение происходит не с переходом атома из возбужденного состояния в нормальное или более низкое состояние, а с возбуждением атома за счет кинетической энергии его движения.

На первый взгляд может показаться, что рассмотрение эффекта Допплера при движении атома в плотной среде не имеет никакого

* Л. И. Мандельштам, Лекции 1944 г. (не опубликовано).

реального значения, так как атом при таком движении будет ионизован. Это, однако, не так, поскольку для наблюдения эффекта Допплера в среде атом может двигаться вдоль границы среды с вакуумом или в пустом канале, находящемся в среде. Если длина волны λ излучения, которым мы интересуемся, много больше радиуса канала, то его наличие вообще не будет сказываться.

Вопрос об излучении атома и электрона, движущихся в канале в плотной среде, рассмотрен нами отдельно ([4]).

Механизм излучения атома при „сверхсветовой" скорости становится ясным, если вывести условия излучения в квантовой теории с помощью законов сохранения, подобно тому как это для вакуума было сделано Шредингером ([2]). В случае среды нужно лишь учесть, что импульс фотона равен $\hbar\omega n/c$ ([3]).

Пусть летящий атом имеет массу покоя m и может находиться в состояниях с энергиями, превосходящими энергию покоя mc^2 на $\varepsilon_0=m_0c^2$ и $\varepsilon_1=m_1c^2$; между обоими состояниями возможен радиационный переход, которому соответствует собственная частота $\omega_0=\frac{|\varepsilon_0-\varepsilon_1|}{\hbar}$. Полная энергия атома до излучения фотона и после этого излучения, соответственно, равна

$$\left.\begin{aligned} E_0&=c\sqrt{(m+m_0)^2c^2+p_0^2},\\ E_1&=c\sqrt{(m+m_1)^2c^2+p_1^2},\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где

$$p_{0,1}=\frac{(m+m_{0,1})\,c\beta_{0,1}}{\sqrt{1-\beta_{0,1}^2}}$$

— начальный и конечный импульсы.

При излучении

$$\begin{gathered} E_0-E_1=\hbar\omega,\\ \vec{p}_0-\vec{p}_1=\hbar\vec{k}=\frac{\hbar\omega n}{c}\frac{\vec{k}}{|k|}.\end{gathered} \tag{4}$$

Из (4), как легко показать, следует условие излучения:

$$\hbar\omega=\frac{(m+m_0)c^2(\beta_0 n\cos\theta-1)}{(n^2-1)\sqrt{1-\beta_0^2}}\times$$
$$\times\left\{1\pm\sqrt{1+\frac{(1-\beta_0^2)(n^2-1)(2m+m_0+m_1)(\varepsilon_0-\varepsilon_1)}{c^2(m+m_0)^2(\beta_0 n\cos\theta-1)^2}}\right\}, \tag{5}$$

где θ — угол между $\vec{p}_0$ и $\vec{k}$ и $n\equiv n(\omega)$.

Если

$$\beta_0 n(\omega)\cos\theta<1, \tag{6}$$

то из условия положительности ω следует, что в (5) возможно решение лишь со знаком минус у корня и, кроме того, обязательно

$$(\varepsilon_0-\varepsilon_1)>0, \tag{7}$$

т. е. энергия возбуждения атома до излучения больше, чем после излучения. Таким образом, атом при излучении переходит из верхнего состояния в нижнее.

Случай (6) — (7) соответствует, очевидно, обычному эффекту Допплера. В оптике $m_0 \ll m$, $m_1 \ll m$ и, следовательно, при углах, не слишком близких к углу $\theta_0 = \arccos \frac{1}{\beta_0 n}$, выполняется неравенство

$$\frac{|\varepsilon_0 - \varepsilon_1| (1 - \beta_0^2)}{mc^2 (\beta_0 n \cos \theta - 1)^2} \ll 1. \tag{8}$$

При условии (8), разлагая корень в (5) в ряд, мы в случае (6) получаем для ω классическое выражение (1), где

$$\omega_0 = \frac{|\varepsilon_0 - \varepsilon_1|}{\hbar}. \tag{9}$$

При сверхсветовой скорости, т. е. если

$$\beta_0 n (\omega) \cos \theta > 1, \tag{10}$$

в (5) можно выбрать перед корнем оба знака. Для знака плюс, ограничиваясь для простоты случаем (8), имеем

$$\hbar\omega \cong \frac{2mc^2 (\beta_0 n \cos \theta - 1)}{(n^2 - 1) \sqrt{1 - \beta_0^2}} + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \sqrt{1 - \beta_0^2}}{(\beta_0 n \cos \theta - 1)}. \tag{11}$$

Решение (11) соответствует излучению равномерно движущейся частицы ([3]) и переходит в него при $\varepsilon_0 - \varepsilon_1 = 0$. Решение (11) отвечает случаю, когда возможно излучение, не сопровождающееся изменением внутренней энергии ($\varepsilon_0 = \varepsilon_1$), т. е. излучение Черенкова (таковы, например, излучение при движении иона или частицы, имеющей постоянный дипольный момент). В общем случае оно может сопровождаться и наличием перехода из ε_0 в ε_1 или наоборот. Соответствующие (11) частоты ω лежат в оптической области лишь в непосредственной близости от черенковского конуса:

$$\beta n (\omega) \cos \theta = 1. \tag{12}$$

Внутри конуса частоты очень велики, а в этом случае из-за дисперсии условие (10) не выполнено.

Если при условии (10) выбрать в (5) знак минус, то обязательно

$$(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) < 0, \tag{13}$$

т. е. излучение возможно лишь при переходе атома снизу вверх, т. е. с его возбуждением. Вместе с тем, при условиях (8), (9) и (13) это решение переходит в классическое выражение (2) для „сверхсветового“ эффекта Допплера.

Отличие точной квантовой формулы для эффекта Допплера от классических формул (1) — (2) связано с учетом отдачи при излучении фотона; условие (8) эквивалентно пренебрежению этой отдачей.

Из сказанного очевидно, что при сверхсветовой скорости атом излучает частоты, определяемые условием (2) при спонтанном переходе из нормального состояния в возбужденное. Излучение направлено при этом внутри конуса (12) и энергия излучения и возбуждения черпается за счет кинетической энергии поступательного движения атома. При спонтанном переходе из возбужденного состояния в нормальное атом излучает обычные допплеровские частоты. Многократное повторение этих процессов приводит к постепенному торможению атома.

Квантовый расчет энергии излучения движущегося атома, находящегося вначале в определенном состоянии, приводит к результату, совпадающему с классическим для осциллятора (см. ([1]), § 4). При этом лишь, как обычно, в классической формуле для излучаемой энергии нужно заменить среднее по времени значение квадрата координаты осциллятора $\overline{x^2}$ на удвоенный квадрат матричного элемента координаты излучающего электрона $2|x_{01}|^2$ для перехода из одного состояния атома в другое (в формулах (4,5) — (4,6) статьи ([1]) $\pi_0'^2 = 2e^2\overline{x^2}$ нужно заменить на $4e^2|x_{01}|^2$). Указанный характер излучения „сверхсветовых" допплеровских частот приводит к тому, что даже при отсутствии каких-либо внешних источников возбуждения атома он все время будет излучать. Отношение интенсивности излучения внутри и вне конуса (12) определяется в этом случае отношением числа нормальных атомов к возбужденным, которое, в свою очередь, равно отношению суммарных вероятностей излучения обычных и сверхсветовых допплеровских частот.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
10 II 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] I. Frank, J. of Phys., **7**, 49 (1943); Изв. АН СССР, сер. физ., **6**, 3 (1942). [2] E. Schrödinger, Phys. Z., **23**, 301 (1922). [3] В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **10**, 589 (1940); J. of Phys., 2, 441 (1940). [4] В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ДАН, **56**, № 7 (1947).