

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. Я. ЛИСЮТИН

**ВЛИЯНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УСИЛИЙ
В ШТАНГАХ ГЛУБОКОГО НАСОСА НА ВЕЛИЧИНУ НАГРУЗОК
НА ПОЛИРОВАННЫЙ ШТОК И ВЕЛИЧИНУ ХОДА ПЛУНЖЕРА**

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 25 XI 1946)

«Вычисление нагрузок на полированный шток глубокого насоса, если пренебречь различного рода трениями, обычно связывают с весом штанг, весом поднимаемой жидкости и инерционными нагрузками, вызываемыми неравномерностью движения подвеса штанг и подсчитываемыми как произведение массы штанг и жидкости на максимальное ускорение полированного штока.

Здесь мы хотим показать, что, во-первых, при вычислении инерционных нагрузок обычно значительно их преувеличивают, а с другой стороны, совершенно не учитывают возникновения нагрузок в связи с запаздыванием распространения усилий, тогда как эти последние нагрузки во много раз превышают первые; во-вторых, что запаздывание распространения усилий значительно увеличивает ход плунжера, и, наконец, в-третьих, что при чтении динамограмм глубокого насоса, характеризующих нагрузки на полированный шток как функцию хода точки подвеса штанг, необходимо учитывать также запаздывание распространения усилий с тем, чтобы правильно проинтерпретировать кривые нагрузок.

1. Не останавливаясь здесь на полной величине нагрузок на полированный шток, укажем, что максимальное изменение статической нагрузки от хода штока вниз до хода его вверх, как известно, равно весу столба жидкости, поднимаемой плунжером на дневную поверхность, в предположении, что жидкость как бы занимает весь объем цилиндра с основанием, равным площади сечения плунжера, и высотой, равной длине штанг.

Это изменение нагрузки на единицу площади сечения будет равно

$$\Delta P = \frac{\gamma D^2 L}{1000 d^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad (1)$$

где γ — удельный вес жидкости, D — диаметр плунжера в см, L — глубина подвески насоса в см, d — диаметр штанг в см.

Удлинение штанг в связи с увеличением статической нагрузки, на основании закона Гука, будет

$$l = \frac{\gamma D^2 L^2}{1000 d^2 E} \text{ см}, \quad (2)$$

где E — модуль упругости, равный $2,1 \cdot 10^6$ кг/см².

Полагая, что точка подвеса штанг или, что то же, полированный шток колеблется по закону

$$s = r(1 - \cos \omega t) \quad (3)$$

(более точное выражение для s не внесет существенных изменений

в полученные нами результаты), где s — ход штока, r — амплитуда колебания, ω — частота, равная $n\pi/30$, n — число качаний станка-качалки в минуту, мы имеем возможность определить время t_1 , необходимое для полного растяжения штанг l от изменения статической нагрузки при помощи соотношения

$$l = r(1 - \cos \omega t_1). \quad (4)$$

Запаздывание распространения усилий не дает возможности написать упругое смещение всех точек штанг в форме (3). Это смещение в первом приближении должно быть представлено равенством:

$$S = r \left[1 - \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} + \frac{L-x}{L} t_1 \right) \right], \quad (5)$$

где v — скорость распространения усилий, равная 5000 м/сек., $\frac{x}{v}$ — время запаздывания распространения усилий до точки штанг на глубине x , $\frac{x}{L} t_1$ — время, прошедшее с начала смещения точки до полного растяжения штанг при изменении статической нагрузки.

Инерционная нагрузка от элемента штанг длиной dx на глубине x на единицу площади сечения штока, по закону Гука, будет

$$dQ_1 = \frac{\gamma_1 dx j}{1000g} \text{ кг}. \quad (6)$$

Здесь γ_1 — удельный вес штанг, $j = d^2 S / dt^2$ — ускорение точки штанг на глубине x и g — ускорение силы тяжести. Коэффициент $1/1000$ взят потому, что линейные величины взяты в см.

Находя ускорение точек штанг из (5), подставляя его в (6) и интегрируя по всей длине штанг для момента $t = L/v$, т. е. для момента, когда сила инерции будет максимальной, что следует из того, что в это время все точки штанг придут в движение, получим

$$Q_1 = \frac{\gamma_1 r \omega}{1000g \left(\frac{t_1}{L} - \frac{1}{v} \right)} \sin \omega \left(\frac{L}{v} + t_1 \right). \quad (7)$$

Эта величина инерционных нагрузок значительно меньше той величины, которая бы получилась, если бы взяли ускорение для всех точек штанг равным ускорению полированного штока.

Не останавливаясь на вычислении инерционных нагрузок поднимаемой жидкости, отметим только, что из-за малой скорости распространения усилий и сравнительно большой сжимаемости эти нагрузки очень малы, так что ими можно пренебречь.

Удлинение штанг $d\lambda$ для элемента длиной dx на глубине x будет

$$d\lambda = \frac{\gamma_1 dx j x}{1000gE}. \quad (8)$$

Подставляя сюда опять ускорение j и интегрируя по всей длине штанг также для $t = L/v$, получим

$$\lambda = \frac{\gamma_1 r}{1000gE \left(\frac{t_1}{L} + \frac{1}{v} \right)^2} \left[1 - \cos \omega \left(\frac{L}{v} + t_1 \right) \right]. \quad (9)$$

Вычислим теперь нагрузки на полированный шток, получающиеся от запаздывания распространения усилий в штангах.

После того как штанги получают растяжение от изменения статической нагрузки, следовало бы ожидать смещение плунжера вслед за смещением штока, но, в силу запаздывания распространения усилий, оно наступит по истечении времени

$$\Delta t = L/v, \quad (10)$$

за которое шток успеет пройти некоторый отрезок пути, что и даст дополнительное растяжение штанг δ .

Это растяжение δ , очевидно, будет выражаться равенством

$$\delta = \Delta s = r[1 - \cos \omega(t_1 + \Delta t)] - r[1 - \cos \omega t_1]. \quad (11)$$

Нагрузка на полированный шток в силу этого растяжения, на основании закона Гука, будет

$$Q_2 = L\delta/E. \quad (12)$$

Для сравнения величин Q_1 и Q_2 , пользуясь формулами (7) и (12), приведем таблицу их значений в кг/см² при следующих параметрах

Таблица величин нагрузок

L	r \ n	5		10		15	
		инерц.	от запазд.	инерц.	от запазд.	инерц.	от запазд.
500	0,5	5	73	19	134	44	210
	1,0	11	68	44	160	110	260
	1,5	18	45	72	150	175	275
1000	0,5	9	98	33	200	70	305
	1,0	19	170	72	340	155	525
	1,5	30	134	120	400	218	650
1500	0,5	8	203	30	300	50	400
	1,0	24	240	90	455	180	625
	1,5	39	325	150	585	330	900

глубокого насоса: диаметр штанг 19 мм, диаметр плунжера 44 мм, глубины насоса 500; 1000 и 1500 м, длина хода штока 1; 2; 3 м, а следовательно, амплитуды 0,5; 1,0; 1,5 м, число качаний в минуту 5; 10; 15, удельный вес штанг $\gamma_1 = 7,8$, а удельный вес жидкости $\gamma = 1$.

2. Парадоксальное явление, наблюдавшееся американскими инженерами, — превышение хода плунжера над ходом штока, вызвало появление ряда теорий для объяснения его. Эти теории основаны либо на утверждении, что вынужденные колебания штанг находятся в резонансе с собственными, либо на предположении о дополнительном растяжении штанг, получаемом в силу существования нагрузок в связи с неравномерностью движения полированного штока.

Однако, как нам кажется, эти теории не могут в должной мере объяснить явление превышения хода плунжера над ходом штока.

Как известно, при работе станка-качалки глубокого насоса плунжер значительное время и при ходе штока вверх, когда штанги растягиваются, и при ходе штока вниз, когда штанги сокращаются, находится в состоянии покоя. Эти остановки плунжера при каждом цикле качаний нарушают гармоническое колебательное движение штанг, вследствие чего утверждение о совпадении частот лишено смысла.

Растяжение штанг, вызываемое инерционными нагрузками, из-за своей малой величины также недостаточно для того, чтобы полностью объяснить превышение хода плунжера над ходом штока.

Для того чтобы убедиться в этом, приведем сравнение растяжений штанг от изменения статических и инерционных нагрузок. Полагая в этом случае $L = 1250$ м, $n = 20$, $r = 0,5$ м, $D = 38$ мм, $d = 19$ мм, $\gamma = 0,85$, $\gamma_1 = 7,8$, из равенства (2) получим $l = 25$ см, а из равенства (9) $\lambda = 4$ см.

Это дополнительное растяжение λ позволяет штангам накапливать потенциальную энергию, которая затем высвобождается в виде увеличения амплитуды колебания плунжера. Однако это увеличение явно недостаточно для того, чтобы в какой-либо значительной мере компенсировать потерю хода плунжера от изменения статических нагрузок. Запаздывание же распространения нагрузок при тех же параметрах глубокого насоса вызывает значительное удлинение штанг δ , равное, на основании вычисления по формуле (11), 25 см, что создает предпосылки для полной компенсации потери хода плунжера.

Следует заметить, что при увеличении n и r (в этом случае придется взять штанги с большей толщиной, чтобы не было обрыва) l остается постоянной величиной, тогда как δ возрастает, что и указывает на возможность превышения хода плунжера над ходом штока.

3. Определение нагрузки T на полированный шток можно было бы произвести, решая волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (13)$$

выражающее продольные колебания штанги, и используя закон Гука

$$T = E \frac{\partial u}{\partial x},$$

где E — модуль упругости.

Однако при составлении граничных условий мы должны учесть также факт запаздывания распространения усилий.

В качестве первого граничного условия мы примем закон движения точки подвеса штанг, выражаемый равенством (3) для $x=0$. Второе граничное условие мы представим в виде закона изменения нагрузок на плунжер, т. е. установим изменения $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l}$.

При бесконечно большой скорости распространения усилий нагрузки на плунжер можно было бы представить пунктирной кривой (см. рисунок), выражающей закон Гука — изменение нагрузки в зависимости от хода полированного штока. Здесь отрезок ab соответствует растяжению штанг от изменения статической нагрузки, отрезок bc соответствует ходу плунжера вверх. При ходе вниз нагрузка на плунжер снимается и затем представляется отрезком cd .

Запаздывание распространения усилий в штангах в действительности должно дать кривую нагрузок на плунжер в виде сплошной линии. Здесь aa' соответствует запаздыванию возрастания нагрузок.

Решение волнового уравнения при граничных условиях (3) и сплошной линии (см. рисунок) дает возможность определить нагрузки по формуле (13).

Вычисление нагрузок на полированный шток по этой методе все же не совсем удобно в связи с тем, что граничные условия требуют большого числа гармоник, если кривую нагрузок на плунжер представить рядом Фурье.

Филиал Московского нефтяного
института,
г. Уфа

Поступило
25 XI 1946