

Б. Б. ЛАПУК

**ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ
РАДИАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОВ ПО ЗАКОНУ ДАРСИ**

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 5 IV 1947)

Рассматривая неустановившуюся плоскую радиальную фильтрацию газов как непрерывную последовательность стационарных состояний, принимая абсолютную вязкость газов постоянной и газ подчиняющимся закону Бойля—Мариотта, дебит скважины можно выразить следующими формулами:

$$q = A(p_k^2 - p_c^2), \quad (1)$$

$$q = -\Omega \frac{d\bar{p}}{dt}, \quad (2)$$

где q — приведенный к атмосферному давлению (при пластовой температуре) дебит газовой скважины (расход газа); p_k и p_c , соответственно, безразмерные давления на круговом контуре и на забое скважины, причем под безразмерным давлением понимается отношение давления к атмосферному давлению $p_{ат}$; Ω — объем порового пространства залежи, имеющей в случае радиального движения круговую форму; \bar{p} — средневзвешенное по объему залежи значение безразмерного давления p , $\bar{p} = \frac{1}{\Omega} \int p d\Omega$; t — время.

Входящий в формулу (1) коэффициент A , имеющий размерность расхода, определяется формулой

$$A = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}}. \quad (3)$$

Здесь k — проницаемость пласта, h — мощность пласта, μ — абсолютная вязкость газа, r_k и r_c , соответственно, радиусы кругового контура залежи и скважины.

Как было показано нами (1, 2), с достаточной для практических расчетов точностью можно принять, что в условиях установившейся радиальной фильтрации среднее давление \bar{p} можно заменить контурным давлением p_k . Учитывая это, вместо уравнения (2) можно написать:

$$\Omega \frac{dp_k}{dt}. \quad (4)$$

Для решения задач об истощении круговой газовой залежи к уравнениям (1) и (4) нужно присоединить условие отбора газа на скважине. Такими условиями могут быть:

а) эксплуатация скважины при поддержании постоянного дебита, что дает

$$q = \text{const}; \quad (5)$$

б) эксплуатация скважины при постоянном забойном давлении

$$p_c = \text{const}; \quad (6)$$

в) поддержание постоянной скорости движения газа в призабойной зоне, что приводит к уравнению

$$q = c p_c, \quad (7)$$

где c — постоянная, зависящая от физико-механических свойств пористой среды и имеющая размерность расхода.

В случае эксплуатации скважины при условии $q = \text{const}$ из формулы (2) имеем формулу падения пластового давления

$$p_k \cong \bar{p} = p_n - \frac{q}{\Omega} t. \quad (8)$$

Подстановка (8) в формулу (1) вместо контурного давления позволяет найти изменение во времени забойного давления p_c .

В условиях эксплуатации скважины при постоянном забойном давлении p_c совместное решение уравнений (1), (4) и (6) дает

$$\tau = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}, \quad (9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{t + N_1}{N_2}, \\ N_1 &= \frac{\Omega}{2A p_c} \ln \frac{p_n + p_c}{p_n - p_c}, \\ N_2 &= \frac{\Omega}{2A p_c}, \\ \varepsilon &= \frac{p_c}{p_k}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Здесь τ — безразмерное время; N_1 и N_2 — постоянные; p_n — начальное пластовое давление. Задаваясь различными значениями p_k , находим из (10) отвечающие им значения ε , по формуле (9) определяем значения τ и из (10) вычисляем соответствующие значения времени t . Дебит скважины находим по формуле (1).

При эксплуатации скважины в условиях поддержания постоянной скорости движения газа в призабойной зоне совместное решение уравнений (1), (4) и (7) дает следующую зависимость между безразмерным временем τ и контурным давлением p_k :

$$\tau = \frac{2}{ap_k - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} - \frac{2}{ap_n - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}} + \ln \frac{ap_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} \quad (11)$$

Здесь $\tau = \frac{c}{\Omega} t$, $a = \frac{2A}{c}$, остальные обозначения — прежние.

Таблица 1
Распределение давления (в ата) в пласте

t , сутки		r , м				
		0,5	1	10	100	750
1	По форм. Лейбензона	91,95	92,67	95,03	97,48	93,89
	По форм. Лапука	91,60	92,23	94,46	96,69	98,61
5	По форм. Лейбензона	91,08	91,48	92,81	94,21	95,02
	По форм. Лапука	90,81	91,16	92,33	93,49	95,00
10	По форм. Лейбензона	90,53	90,72	91,37	92,07	92,47
	По форм. Лапука	90,37	90,53	91,07	91,60	92,07

Из формул (1) и (7) легко определить забойное давление p_c

$$p_c = \frac{1}{a} \left[-1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2} \right], \quad (12)$$

являющееся функцией времени, поскольку $p_k = p_k(t)$.

Подставляя в (1) определенные из (11) и (12) значения p_k и p_c в различные моменты времени t , получим изменение во времени дебита газа q .

Таблица 2
Дебит газа в м³/сутки

t , сутки	Решение	Дебит газа q
1	По форм. Лейбензона	50,84
	По форм. Лапука	49,25
5	По форм. Лейбензона	27,68
	По форм. Лапука	27,72
10	По форм. Лейбензона	14,02
	По форм. Лапука	14,10

Распределение давления в пласте во всех рассмотренных случаях находим по формуле акад. Л. С. Лейбензона (3) для установившейся радиальной фильтрации газов по закону Дарси:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}} \quad (13)$$

Задача о неустановившейся радиальной фильтрации газов при условии отбора (6) приближенно решалась Лейбензоном (3) и Маскетом (4), а при условии отбора (5) Маскетом (4).

В табл. 1 и 2 сопоставлены результаты вычислений распределения давления в пласте и дебита скважины по нашим формулам

Таблица 3
Падение контурного давления во времени

t , сутки	Давление p_k в ата		t , сутки	Давление p_k в ата	
	По форм. Маскета	По форм. Лапука		По форм. Маскета	По форм. Лапука
0	100,0	100,0	120	38,0	37,96
20	89,5	89,66	140	27,7	27,62
40	79,5	79,32	160	17,5	17,28
60	69,0	68,98	180	7	6,94
80	59,0	58,64	190	4	~1,77
100	48,5	48,30			

и формулам Лейбензона (3) для следующего примера: $r_k=750$ м, $r_c=0,1$ м, $k=1$ дарси, $\mu=0,012$ сантипуаз, пористость пласта $m=0,20$, $p_c=90$ ата= const , $p_n=100$ ата, $h=10$ м, $p_{ат}=10^4$ кг/м².

В табл. 3 сопоставлены значения контурного давления p_k , определенные по формуле (8), с соответствующими величинами p_k , вычисленными Маскетом (4) путем графического интегрирования для следующего примера: $r_c=76,2$ мм (3"), $r_k=151,5$ м (500'), $k=1$ дарси, $m=0,20$, $\mu=0,012$ сантипуаз, $p_n=100$ ата, $h=1$ м, $q=7480$ м³/сутки.

Как видно из табл. 1, 2, и 3, сопоставление результатов вычислений по нашим формулам и соответствующим формулам Лейбензона (3) и Маскета (4) показывает близкое совпадение. Элементарность наших формул делает их удобными для использования в практических расчетах. Следует отметить, что задача об истощении газовой залежи при условии отбора (7) до сих пор никем не рассматривалась.

Поступило
5 IV 1947

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Б. Б. Лапук, Газодинамические основы разработки месторождений природных газов, Докторская диссертация, Московск. нефт. ин-т им. И. М. Губкина, 1946.
² Б. Б. Лапук, Нефтяное хозяйство, № 4 (1947). ³ Л. С. Лейбензон, Нефте-промысловая механика, II, 1934. ⁴ M. Muskat, The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, N. Y. — London, 1937.