

УДК 629.42

К. А. БОЧКОВ<sup>1</sup>, Д. В. КОМНАТНЫЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

<sup>2</sup>Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЯКОРЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КОНТАКТОРА ЛОКОМОТИВА ПРИ ЕГО ОТКЛЮЧЕНИИ

Скорости поворота якоря и расхождения контактов электроаппаратов являются важным фактором, определяющим возникновение повторных зажиганий дуги. Рассмотрено движение якоря при отключении контактора, который применяется в цепях управления тягового подвижного состава. Получено решение уравнения движения с применением кусочно-линейной аппроксимации механической характеристики контактора. Предлагаемый подход позволяет получить аналитические зависимости, характеризующие изменение угла поворота якоря контактора и его угловой скорости во времени, а также скорости расхождения контактов, которые могут быть использованы при анализе уровня создаваемых при отключении контактора помех.

**Ключевые слова:** контактор, уравнение движения якоря, повторное зажигание дуги, кусочно-линейная аппроксимация, метод неопределенных коэффициентов.

В цепях управления электроприводом современного тягового подвижного состава широко используются электромагнитные электромеханические контакторы [1]. Электромагнитные контакторы имеют большую индуктивность катушек, поэтому в процессе коммутации возникают электромагнитные кондуктивные и некондуктивные помехи в форме пачек наносекундных импульсов [2]. Помехи такого типа вызывают отказы и сбои микроэлектронных устройств, что может повлечь за собой недопустимое снижение уровня безопасности движения поездов. На борту подвижного состава современных конструкций эксплуатируется большое количество микроэлектронных и микропроцессорных систем, которые обеспечивают безопасность движения. К ним относятся автоматическая локомотивная сигнализация, комплексные локомотивные устройства обеспечения безопасности, системы автоведения поезда, системы отображения информации для машиниста, системы поездной связи и др. Поэтому требуются методы прогнозирования воздействия указанных типов помех на микроэлектронную аппаратуру подвижного состава и предварительного расчета параметров указанных помех.

Согласно [3] при размыкании контактора, находящегося под током, происходит рассеивание накопленной в катушке контактора энергии магнитного поля по цепи, включающей индуктивность катушки, омическое сопротивление обмотки и паразитную емкость конструкции (рисунок 1). При этом коммутуются достаточно высокие напряжения и токи.

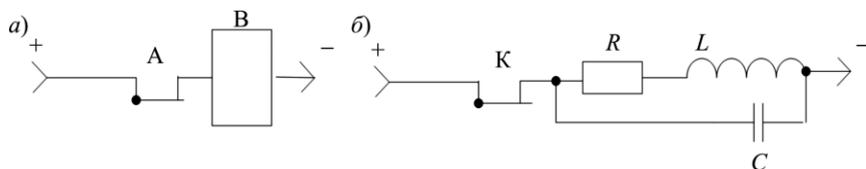


Рисунок 1 – Цепь разряда катушки контактора (а) и ее схема замещения (б)

Если напряжение на контакте достигает пробивного напряжения воздушного промежутка, на контактах возникает дуговой разряд. Считается, что паразитная емкость мгновенно разряжается через канал дуги, после чего процесс зарядки емкости повторяется. Так как якорь и контакты при этом продолжают перемещаться, воздушный промежуток между ними увеличивается и напряжение пробоя промежутка возрастает. Следующий пробой промежутка наступает при достижении напряжением на контакте большей величины. Пробои продолжаются до тех пор, пока воздушный промежуток не увеличится настолько, что для его пробоя будет недостаточно создаваемого на контактах напряжения [2, 3].

Моменты зажигания дуги являются случайными величинами, так как зависят от множества факторов, одним из которых является скорость расхождения контактов. Тем не менее в литературных источниках не представлен расчет динамики процесса размыкания контакторов [4]. Что, в свою очередь, не позволяет достоверно проанализировать один из факторов, определяющих процесс возникновения помех в цепях управления тяговым подвижным составом.

Поэтому целью представленной работы является разработка методики анализа движения якоря контактора при его отключении, которая позволяет

с достаточной степенью точности учесть особенности конструкции и механических характеристик контактора.

Конструкция рассматриваемого аппарата представлена на рисунке 2 [4]. При его отключении силовые контакты размыкаются под действием трех пружин.

Движение якоря контактора характеризуется углом поворота якоря относительно катушки. Для упрощения расчетов принимается, что силы упругости пружин и сила тяжести якоря приведены к эквивалентным силам относительно выбранного расстояния от точки крепления якоря [5]. Поэтому при

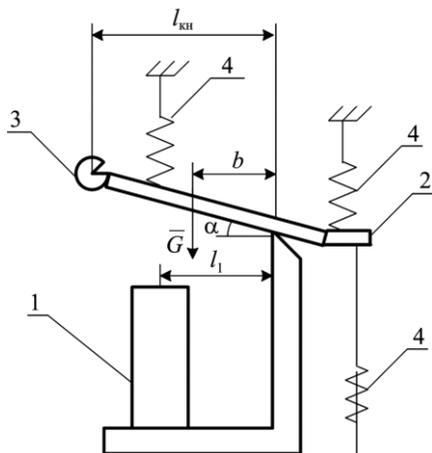


Рисунок 2 – Конструкция контактора:

1 – катушка электромагнита; 2 – якорь контактора;  
3 – контакт силовой цепи; 4 – пружины

записи уравнения движения якоря рассматриваются приведенные силы и их моменты. Уравнение вращательного движения якоря записывается в виде [6]

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M_G - M_{\text{пр}}, \quad (1)$$

где  $J$  – момент инерции якоря,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $\alpha$  – угол поворота якоря, рад;  $t$  – время движения, с;  $M_G$  – момент приведенной силы тяжести, Н·м;  $M_{\text{пр}}$  – момент приведенной силы упругости пружин, Н·м.

Моменты сил вычисляются по формулам [4]

$$M_G = mgb; \quad M_{\text{пр}} = F_{\text{пр}}(\delta)l_3, \quad (2)$$

где  $m$  – масса якоря, кг;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $b$  – плечо силы тяжести, м;  $F_{\text{пр}}$  – приведенная сила упругости пружин контактора, Н;  $\delta$  – зазор между катушкой и якорем контактора, м;  $l_3$  – плечо приведенной силы упругости пружин, м.

Зависимость приведенной силы упругости пружины от зазора между катушкой и якорем реле  $\delta$  определяется механической характеристикой контактора (рисунок 3) [4]. Так как приближенно  $\alpha \approx \delta/l_1$ , где  $l_1$  – плечо силы тяги электромагнита, то легко получить зависимость рассматриваемой силы от угла поворота якоря.

Таким образом, уравнение (1) после подстановки выражений (2) приобретает вид

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -F_{\text{пр}}l_3 + mgb. \quad (3)$$

Из рисунка 3 следует, что полученное уравнение (3) является существенно нелинейным. Поскольку механическая характеристика является ломаной линией, то удобно применить метод кусочно-линейной аппроксимации, который успешно апробирован на решениях различных нелинейных задач механики [7–9].

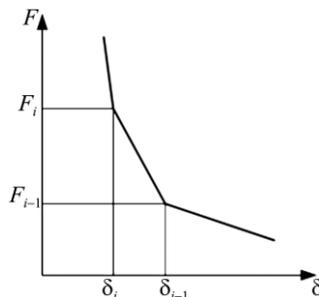


Рисунок 3 – Механическая характеристика контактора

Каждый отрезок механической характеристики на рисунке 3 может быть описан уравнением прямой линии, составленным по двум точкам [10].

$$F = -k_2\delta + k_3 = -k_2l_1\alpha + k_3,$$

где  $k_2 = \frac{F_i - F_{i-1}}{\delta_i - \delta_{i-1}}$ ;  $k_3 = F_{i-1} - \delta_{i-1} \frac{F_i - F_{i-1}}{\delta_i - \delta_{i-1}}$ .

Тогда для указанного участка механической характеристики уравнение движения якоря (3) примет вид

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -(-k_2l_1\alpha + k_3)l_3 + mgb.$$

После преобразований оно приводится к виду

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} - C_2\alpha = C_4, \quad (4)$$

где

$$C_2 = \frac{l_3 k_2 l_1}{J}, \quad C_4 = \frac{mgb}{J} - \frac{l_3 k_3}{J}.$$

Решение полученного линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (4) ищется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения [11].

Общее решение однородного уравнения

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} - C_2\alpha = 0$$

имеет вид

$$\alpha_{\text{общ}} = A_1 e^{-\sqrt{C_2}t} + A_2 e^{+\sqrt{C_2}t}. \quad (5)$$

В правой части уравнения (6) константа, поэтому частное решение

$$\alpha_{\text{час}} = D_1. \quad (6)$$

Значение  $D_1$  находится методом неопределенных коэффициентов [8] путем подстановки выражения (6) в (4), что дает

$$D_1 = \frac{-C_4}{C_2}.$$

При назначении начальных условий принимается во внимание, что якорь контактора начинает движение, когда магнитный поток в катушке достигает нуля. Отсчет времени начинается именно с этого момента. Поэтому начальные условия представляются выражениями

$$\alpha = \frac{\delta_0}{l_1}; \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0 \quad \text{при } t = 0,$$

где  $\delta_0$  – зазор между притянутым якорем и катушкой контактора, м.

При дальнейшем движении якоря должны выполняться условия сопряжения, которые заключаются в том, что как угол поворота якоря  $\alpha$ , так и его

угловая скорость  $\frac{d\alpha}{dt}$  не изменяются при переходе с  $i$ -го участка механической

характеристики на  $(i+1)$ -й. Из этих условий определяются константы интегрирования в (5) для описания движения, при котором сила противодействия пружины соответствует участку  $i+1$  механической характеристики. На основании выражений (5) и (6) записывается система уравнений для нахождения констант интегрирования  $A_1$  и  $A_2$ , соответствующих рассматриваемому участку:

$$A_1 e^{-\sqrt{C_2} t_c} + A_2 e^{+\sqrt{C_2} t_c} = \alpha_c - D_1; \quad (7)$$

$$A_1 \sqrt{C_2} e^{+\sqrt{C_2} t_c} - \sqrt{C_2} A_2 e^{-\sqrt{C_2} t_c} = \frac{d\alpha}{dt_c}.$$

В этих уравнениях значения времени перехода  $t_c$ , угла поворота и угловой скорости якоря устанавливаются из условия достижения якорем зазора, соответствующему значению на границе  $i$ -го участка механической характеристики. Вычисление момента перехода требует решения трансцендентного алгебраического уравнения вида (7), что возможно сделать только численно.

Предполагается, что в момент времени, соответствующий максимальному углу поворота якоря  $t_m$ , возвратная пружина максимально сжимается, и скорость якоря гасится вследствие неупругого удара. Этот процесс в предлагаемом методе расчета не рассматривается.

Изменение скорости движения контакта рассматривается в промежутке времени от 0 до  $t_m$  для каждого участка механической характеристики, на котором скорость движения контакта дается формулой

$$v = l_{\text{кн}} \frac{d\alpha}{dt} = l_{\text{кн}} \left( A_1 \sqrt{C_2} e^{+\sqrt{C_2} t} - \sqrt{C_2} A_2 e^{-\sqrt{C_2} t} \right),$$

где  $l_{\text{кн}}$  – длина плеча якоря, на котором расположен контакт (рисунок 2).

Таким образом, использование кусочно-линейной аппроксимации механической характеристики контактора позволяет свести решение нелинейного дифференциального уравнения движения якоря контактора к последовательному решению ряда линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка. Эти уравнения имеют решения одинаковой математической формы, которые могут быть найдены аналитически. Следовательно, рассмотренный способ расчета движения якоря контактора дает возможность анализа одного из факторов, влияющих на возникновение повторного зажигания дуги на контактах при отключении контактора.

Разработанная методика позволяет повысить достоверность анализа процесса возникновения помех в контакторе, которые могут вызывать отказы и сбой аппаратуры обеспечения безопасности движения поездов. Для практического применения целесообразно, чтобы такой анализ производился на основе моделей, сочетающих достаточную точность и сравнительно несложный математический аппарат. Первое позволяет обеспечить требуемый уровень безопасности, второе – минимальные затраты времени на анализ конструкции контактора. Поэтому рассмотренный в статье способ может найти применение при разработке мероприятий по повышению электромагнитной совместимости систем управления и систем обеспечения безопасности тягового подвижного состава.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 **Тетерко, О. А.** Результати експлуатаційних випробувань відновлених електричних контактів контакторів ЕКГ-8Ж електровозів змінного струму / О. А. Тетерко // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. – № 4. – С. 53–56.
- 2 **Плакс, А. В.** Системы управления электрическим подвижным составом / А. В. Плакс. – М. : Маршрут, 2005. – 360 с.
- 3 **Бочков, К. А.** Теория и методы контроля электромагнитной совместимости микроэлектронных систем обеспечения безопасности движения поездов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.08 / К. А. Бочков ; Моск. ин-т инженеров железнодорожного транспорта. – М., 1993. – 381 с.
- 4 **Логинава, Е. Ю.** Электрическое оборудование локомотивов / Е. Ю. Логинава. – М. : Учеб.-метод. центр по образованию на ж.-д. транспорте, 2014. – 576 с.
- 5 **Комнатный, Д. В.** Расчет движения якоря электромагнитного реле первого класса надежности / Д. В. Комнатный // Механика. Исследования и инновации. – 2019. – Вып. 12. – С. 128–133.
- 6 **Qi, L.** Eliminating the contact bounce of AC contactor based on speed feedback // L. Qi, M. Zong, X. Wang International Journal of Circuit Theory and Applications. – 2021. – Vol. 49, is. 3. – P. 731–745.
- 7 **Dai, L.** Nonlinear Dynamics of Piecewise Constant Systems and Implementation of Piecewise Constant Arguments / L. Dai. – New York : World Scientific, 2008. – 328 p.
- 8 **Klecza, M.** Local and global stability of a piecewise linear oscillator / M. Klecza, E. Kreazer, W. Schiehlen // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences. – 1992. – Vol. 338. – P. 533–546.
- 9 **Svahn, F.** On the stability and control of piecewise-smooth dynamical systems with impacts and friction : Doctoral Thesis / F. Svahn. – Stockholm : KTH, 2009. – 53 p.
- 10 **Гусак, А. А.** Линии и поверхности / А. А. Гусак, Г. М. Гусак. – Минск : Выш. шк., 1985. – 220 с.
- 11 **Пономарев, К. К.** Специальный курс высшей математики / К. К. Пономарев. – М. : Высш. шк., 1974. – 376 с.

*K. A. BOCHKOV<sup>1</sup>, D. V. KOMNATNY<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus*

<sup>2</sup>*Gomel State Technical University named by P. O. Sukhoi, Gomel, Belarus*

### **MATHEMATICAL MODELING FOR THE MOVEMENT OF ARMATURE OF LOCOMOTIVE ELECTROMAGNETIC CONTACTOR AT ITS DISCONNECTION**

The armature rotational velocity and the rapidity of the electric devices' contacts divergence are an important factor determining the occurrence of re-ignitions of the arc. There is considered the armature movement for the case when the contactor is turned off, this is used in the control circuits of railway rolling stock. The motion equation solution is obtained using a piecewise linear approximation of the contactor mechanical characteristic. The proposed approach makes it possible to obtain analytical dependences that characterize the change in the rotation angle of the contactor armature and its angular velocity over time, as well as the rapidity of contacts divergence, that can be used in analyzing the level of interferences generated when the contactor is turned off.

**Keywords:** contactor, armature motion equation, arc re-ignition, piecewise linear approximation, method of uncertain coefficients.

Получено 22.10.2022