**Доклады Академии Наук СССР**
1947. Том LV, № 4

*ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА*

К. П. СТАНЮКОВИЧ

# ИСТЕЧЕНИЕ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ В СЛУЧАЕ «КОСОЙ» ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

*(Представлено академиком А. А. Благонравовым 13 VII 1946)*

Пусть плоская детонационная волна подходит к плоской поверхности заряда под некоторым углом $\alpha$ (рис. 1). Такую волну мы будем называть «косой».

Для определения параметров продуктов детонации, разлетающихся с поверхностных слоев вблизи заряда, можно получить точные решения уравнений газовой динамики.

В системе координат, для которой точка пересечения детонационной волны с поверхностью заряда покоится, будут иметь место уравнения (в полярной системе координат):

$$u\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}-\frac{v^2}{r}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=0,$$

$$u\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{uv}{r}+\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho u r)+\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v)=0,$$

где $r$ — радиус-вектор; $\theta$ — полярный угол; $u$ — радиальная компонента скорости; $v$ — тангенциальная компонента скорости; $\rho$ — плотность; $p$ — давление газа.


Рис. 1

Очевидно, что при сделанных предположениях (вблизи линии пересечения) все параметры мало зависят от $r$. Тогда уравнения примут вид (задача Prandtl — Mayer'a):

$$\frac{\partial u}{\partial \theta}=v,\quad \frac{1}{\rho}\frac{dp}{d\theta}+v\left[u+\frac{dv}{d\theta}\right]=0,\quad \rho u+\frac{d}{d\theta}(\rho v)=0.$$

Вводя скорость звука, будем иметь:

$$v=c. \tag{1}$$

Отсюда следует, что решение нашей конкретной задачи нужно искать, исходя из условия, что тангенциальная составляющая становится равной местной скорости звука.

Поскольку заданы начальная скорость потока $q_н$ и начальная скорость звука $c_н$, то, исходя из уравнения Бернулли, легко определить максимальную скорость $q_k$, которую приобретает газ, истекая в пустоту, а также зависимость скорости от угла $\theta$:

$$q_k{}^2 = q_н{}^2 + \frac{2\,c_н}{n-1} = u_н{}^2 + \frac{n+1}{n-1}\,c_н{}^2 = u^2 + \frac{n+1}{n-1}\,c^2. \tag{2}$$

Поскольку

$$\frac{du}{d\theta} = c, \tag{3}$$

то $\frac{du}{d\theta} = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}\,(q_k{}^2 - u^2)}$, откуда следует, что

$$u = q_k \cos\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\,\theta \tag{4}$$

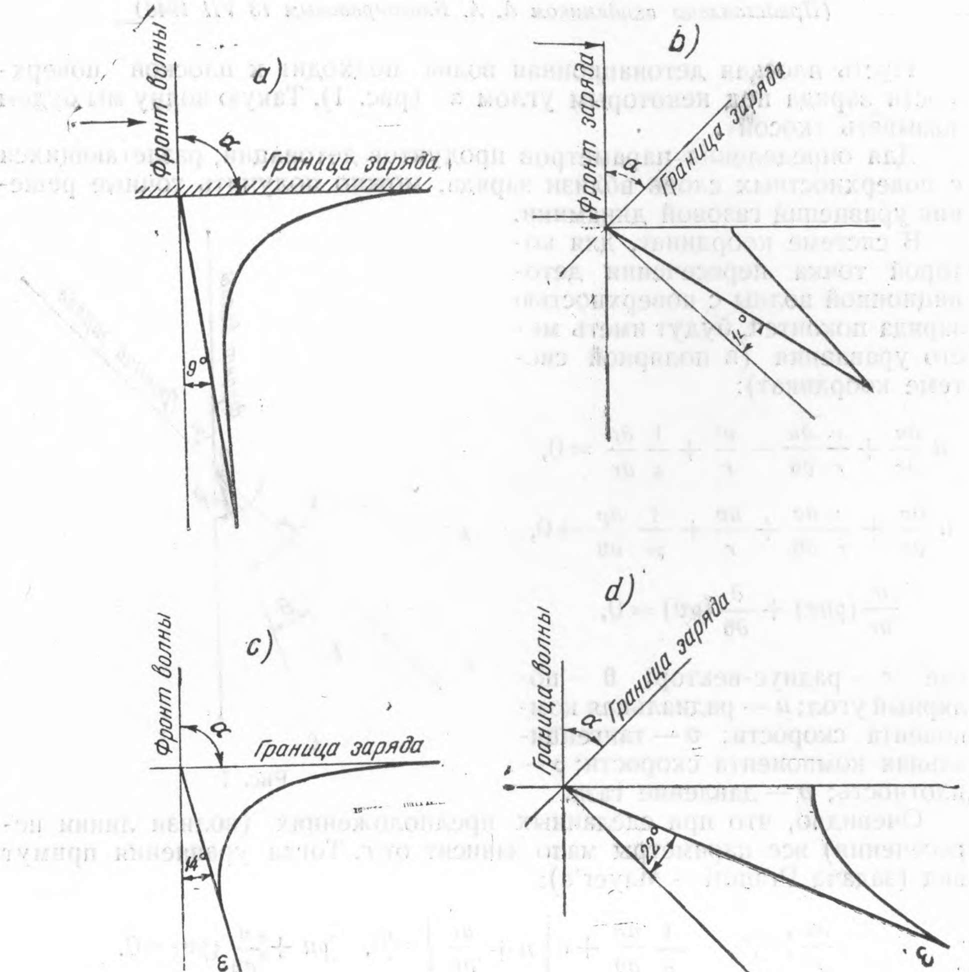


Рис. 2. Разлет продуктов детонации у «косого» среза: $a$ — $n = 3$, $\alpha = \pi/2$; $b$ — $n = 3$, $\alpha = \pi/4$; $c$ — $n = 7/5$, $\alpha=\pi/2$; $d$ — $n = 7/5$, $\alpha=\pi/4$

(отсчет углов будем вести от линии, где $u = q_k$, против часовой стрелки). Отсюда:

$$c = q_k\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\sin\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\,\theta, \tag{5}$$

и местный угол Маха:

$$\operatorname{tg} M = \frac{v}{u} = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \theta. \tag{6}$$

Определим область существования решения для рассматриваемого случая: поскольку $c_{\text{н}} = \frac{n}{n+1} D$, то

$$\operatorname{tg} \bar{\alpha} = \frac{n}{n+1} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \tag{7}$$

(см. рис. 1), чем определяется положение линии $OA$. Вне линии $OA$ имеем область постоянной скорости. Значение угла $\gamma$, определяющего область существования решения, найдем, исходя из формулы (6):

$$\operatorname{tg} M = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma = \frac{n}{n+1} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \bar{\alpha},$$

откуда:

$$\operatorname{tg} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}} \operatorname{tg} \alpha. \tag{8}$$

В области $\gamma$ все параметры являются функциями только угла $\theta$. Линия $OC$ дает границу разлета.

Очевидно, что при $\theta = \gamma$, $c = c_{\text{н}}$

$$q_k = \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}\, c_{\text{н}} \operatorname{cosec} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma.$$

Отсюда:

$$u = \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}\, c_{\text{н}} \frac{\cos \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \theta}{\sin \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma}, \tag{9}$$

$$v = c_{\text{н}} \frac{\sin \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \theta}{\sin \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma}, \tag{10}$$

$$\rho = \frac{n+1}{n} \rho_0 \left( \frac{\sin \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \theta}{\sin \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \gamma} \right)^{\frac{2}{n-1}}. \tag{11}$$

Определим теперь значение скорости в обычной (неподвижной) системе координат. Угол между радиусом-вектором и первоначальной границей заряда есть $\varphi = \beta - \gamma + \theta - \alpha$. Поскольку $q_k = \frac{D}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{n^2 - \cos^2 \alpha}{n^2 - 1}}$, проекция скорости на радиус-вектор будет:

$$\bar{u} = \frac{D}{\sin \alpha} \left[ \sqrt{\frac{n^2 - \cos^2 \alpha}{n^2 - 1}} \cos \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\, \theta - \cos (\beta - \gamma + \theta - \alpha) \right]. \tag{12}$$

Проекция скорости на перпендикуляр к радиусу-вектору будет:

$$\bar{v} = \frac{D}{\sin\alpha}\left[\frac{\sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}}{n+1}\sin\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\,\theta - \sin(\beta - \gamma + \theta - \alpha)\right], \tag{13}$$

$$\bar{q} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}. \tag{14}$$

Угол между границей заряда и вектором скорости $\psi$ определяется, очевидно, формулой:

$$\operatorname{tg}(\psi - \varphi) = \frac{\bar{v}}{\bar{u}}. \tag{15}$$

Полученные формулы дают возможность определить, как скорости и плотности разлетающихся продуктов детонации зависят от угла разлета и от угла встречи. Анализ решений показывает, что максимум плотности импульса $\sim \rho\bar{q}$, энергии $\sim \rho\bar{q}^2$, мощности $\sim \rho\bar{q}^3$ составляют почти один и тот же угол от нормали к поверхности заряда. Этот угол зависит от $\alpha$ и $n$. С увеличением $n$ и уменьшением $\alpha$ этот угол уменьшается. В случае $n = 3$, для $\alpha = 45°$ угол составляет $8°$, для $\alpha = 90°$ угол $\simeq 14°$, что хорошо согласуется со специально поставленными экспериментами. Рис. 2 иллюстрирует распределение величины $\sim \rho q^2$ для $n = 3$ и $n = 7/5$ при $\alpha = 45°$ и $\alpha = 90°$.

В заключение автор приносит благодарность Л. Д. Ландау за ценные указания, сделанные им при дискуссии этой задачи.

Поступило
13 VII 1946