Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LV, № 7

ГИДРОМЕХАНИКА

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ, член-корреспондент АН СССР, и К. П. СТАНЮКОВИЧ

ОБ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Как известно, для продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ приближенно справедлив, при больших плотностях (>1 г/см^3), закон адиабатического расширения

$$pv^3 = \text{const} \quad ({}^1, {}^2).$$

Изучая отражение фронта сильной детонационной волны от абсолютно прочной стенки, можно притти к формулам [3], дающим давление и плотность в первый момент

$$p_2 = p_н \frac{5\gamma + 1 + \sqrt{17\gamma^2 + 2\gamma + 1}}{4\gamma}, \tag{1}$$

$$v_2 = v_н \frac{9\gamma^2 - 1 + (\gamma - 1)\sqrt{17\gamma^2 + 2\gamma + 1}}{9\gamma^2 + 2\gamma + 1 + (\gamma + 1)\sqrt{17\gamma^2 + 2\gamma + 1}}, \tag{2}$$

$$D_2 = -\frac{v_2}{v_0}\left(\frac{p_2}{p_н} - 1\right) D, \tag{3}$$

где γ — показатель политропы, в нашем случае равный 3; $p_н = \frac{\rho_0 D^2}{\gamma + 1}$ — давление на фронте детонационной волны; $\rho_0 = \frac{1}{v_0}$ — плотность ВВ, $v_н$ — удельный объем на фронте детонационной волны, p_2 и v_2 — давление и удельный объем на фронте отраженной ударной волны, D — скорость фронта детонационной волны и D_2 — скорость фронта отраженной волны.

Эти формулы получены из стандартной теории ударных волн в предположении $E = \frac{pv}{\gamma - 1} = \frac{pv}{2}$ при $\gamma = 3$ (см. таблицу, I). Это предположение не должно рассматриваться как точное, так как при последовательном проведении оно привело бы к скорости детонации $D = \sqrt{2(\gamma^2 - 1)Q} = 4\sqrt{Q}$, не зависящей от плотности; между тем, само уравнение $pv^3 = \text{const}$ было выведено из экспериментальных данных о зависимости скорости детонации от плотности ВВ. Возможно решить ту же задачу, задавшись $pv^3 = \text{const}$ не только на изэнтропе, но и на адиабате Гюгонио ударной волны и применяя точные формулы теории ударных волн $D = u_1 \pm \sqrt{v_1^2 \frac{p_2 - p_1}{v_1 - v_2}}$ и $u = u_2 \pm \sqrt{(p_2 - p_1)(v_1 - v_2)}$ (см. таблицу, II).

Наконец, можно приближенно рассмотреть изменение состояния и скорости в ударной волне, применяя формулы, справедливые для совокупности акустических волн $du = \pm c \frac{d\rho}{\rho} = \pm \frac{2}{\gamma - 1} dc = \pm dc$ (при $\gamma = 3$) и их интеграл $|u_1 - u_2| = |c_1 - c_2|$ (см. таблицу, III).

Для состояния в начальный момент все три способа дают весьма близкие результаты.

	I	II	III
p_2/p_1 . . .	2,387	2,347	2,370
v_2/v_1 . . .	0,760	0,753	0,750
c_2/c_1 . . .	1,347	1,329	1,333

Такое совпадение является следствием малого отношения скорости к скорости звука $u_1 / c_1 = 1/3$ в набегающем на стенку потоке, что приводит к близости ударной волны к акустической и, в частности, к малому изменению энтропии ([4]). Любопытно, что это имеет место при значительном изменении давления — почти в 2,5 раза *.

Это обстоятельство позволяет для $\gamma = 3$ весьма просто решить задачу об отражении детонационной волны, пользуясь акустической связью u и c.

В самом деле, как было показано ([5]), при показателе политропы $\gamma = 3$ общие решения уравнений одномерного неустановившегося движения газа имеют вид:

$$x = (u + c)\, t + F_1 (u + c), \tag{4}$$

$$x = (u - c)\, t + F_2 (u - c), \tag{5}$$

где u — местная скорость потока газа, c — местная скорость звука, F_1, F_2 — произвольные функции.

Рассмотрим такую задачу. Пусть детонационная волна начинается у левого открытого конца ВВ (там же выбираем начало координат), длину заряда обозначим через a и у правого конца при $x = a$ поместим стенку; тогда детонационная волна будет описываться уравнениями ([6])

$$x = (u_1 + c_1)\, t, \tag{6}$$

$$u_1 - c_1 = -D / 2. \tag{7}$$

Движение продуктов детонации, разлетающихся налево (в пустоту, наличием воздуха всегда можно пренебречь), описывается этими же уравнениями (рис. 1, верхняя пара кривых). В момент времени $t = a/D$ детонационная волна подходит к стенке и от нее отражается.

Определим из условий, что при $x = a$, $u \equiv 0$ и что на фронте отраженной волны выполняется условие

$$u_2 + c_2 = u_1 + c_1, \tag{8}$$

значение произвольных функций F_1 и F_2.

Заметим, что скорость разрыва в отраженной волне имеет знак, противоположный скорости разрыва на детонационной волне. Поскольку при $t = a/D$, новое решение определено при $x = a$ и при этом $u_2 = 0$, $c_2 = -D$, то $F_1 (u + c) = a + \frac{a}{D} = 2a$, $F_2 (u - c) = a - \frac{a}{D} D = 0$; отсюда имеем:

$$u_2 = \frac{x - a}{t}\,; \tag{9}$$

$$c_2 = -\frac{a}{t}\,. \tag{10}$$

* Можно показать, что и при любом показателе политропы, включая $\gamma = 1$, энтропия при отражении детонационной волны мало меняется.

Скорость фронта для слабой ударной волны [7] $2D = u_1 \pm c_1 + u_2 \pm c_2$, что при $\gamma = 3$ и $\Delta u = \pm \Delta c$ даст

$$D_2 = c_2 + u_1. \tag{11}$$

Отсюда

$$D_2 = \frac{dx}{dt} = -\frac{a}{t} + \frac{x}{2t} - \frac{D}{4}.$$

Интегрируя и помня, что при $t = a/D$ $x = a$, получаем

$$x = -\frac{Dt}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{aDt} + 2a, \tag{12}$$

что дает закон распространения фронта отраженной волны. Отсюда

$$D_2 = -\frac{D}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{aD}{t}}. \tag{13}$$

Отметим, что относительная амплитуда волны в этом решении возрастает по мере ее распространения, вследствие чего погрешность сделанных допущений также растет. Отраженная волна в случае точного решения, учитывающего изменение энтропии, должна была бы догнать левый фронт расширяющихся продуктов детонации при $t \to \infty$ $(\rho \to 0)$; найденное нами решение дает, что встреча будет иметь место

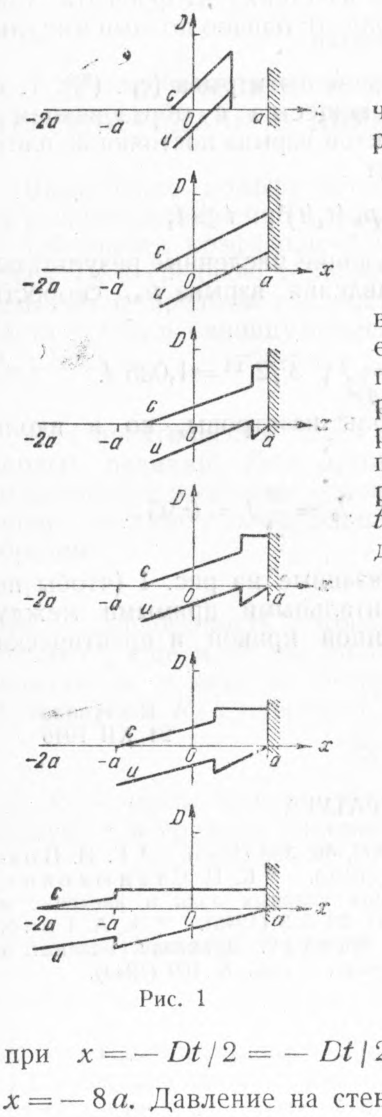

Рис. 1

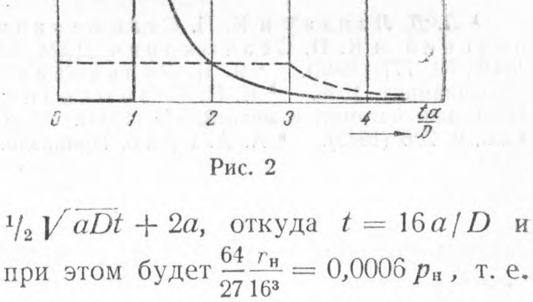

Рис. 2

при $x = -Dt/2 = -Dt/2 - {}^1/_2\sqrt{aDt} + 2a$, откуда $t = 16a/D$ и $x = -8a$. Давление на стенку при этом будет $\frac{64}{27}\frac{r_н}{16^3} = 0{,}0006\, p_н$, т. е. будет действительно пренебрежимо мало. Таким образом, неточность скажется лишь при больших t, когда p весьма мало, т. е. в области, которая физически нас более не интересует. Распределение скорости потока и скорости звука в отраженной волне в различные моменты времени иллюстрируется рис. 1 *; плотность $\rho \sim c$, давление $\sim c^3$.

* Верхняя пара кривых дает распределение при разлете продуктов детонации до того, как волна дошла до стенки.

Вычислим полный импульс давления, действующего на стенку:

$$J = \int_{a/D}^{\infty} p\,dt = \frac{64}{27} p_{\text{н}} \left(\frac{a}{D}\right)^3 \int_{v/D}^{\infty} \frac{dt}{t^3} = \frac{64}{27} \frac{a\rho_0 D}{8} = \frac{8}{27} a\rho_0 \mathrm{D}. \qquad (14)$$

Кривая давления при подрыве равного заряда у стенки, так что детонационная волна распространялась бы от стенки к открытому концу заряда, см. в статье ([5]). Кривые давления на стенку в обоих случаях сравнены на рис. 2; максимальное давление в случае отражения (сплошная кривая) в 8 раз превышает давление на стенку за фронтом удаляющейся от стенки волны (пунктирная кривая); однако полный импульс давления в обоих случаях одинаков.

Наконец, рассматривая случай обыкновенного взрыва (ср. ([8])), т. е. мгновенной реакции всего взрывчатого вещества с образованием в первый момент слоя неподвижных продуктов взрыва постоянной плотности, мы получим кривую давления вида

$$p = p_{\text{в}}; \quad t < t_1 = a/c_0; \quad p = p_{\text{в}} (t_1/t)^3; \quad t > t_1$$

и, в зависимости от предположений, следующие численные результаты.

1. Полагая $E = pv/2$, найдем для давления взрыва $p_{\text{в}}$, скорости звука в продуктах c_0 и импульса $J_{\text{в}}$

$$p_{\text{н}} = 0{,}5\, p_{\text{в}}; \quad c_0 = D\sqrt{3/8}; \quad J_{\text{в}} = J\sqrt{3^7/2^{11}} = 1{,}035\, J.$$

2. Полагая $pv^3 = \text{const}$ не только вдоль изэнтропы, но и вдоль адиабаты Гюгонио,

$$p_{\text{в}} = \frac{27}{64} p_{\text{н}} = 0{,}42\, p_{\text{н}}; \quad c_0 = D\,\frac{9}{16}; \quad J_{\text{в}} = \frac{3^5}{2^8} J = 0{,}95\, J.$$

Соответствующие кривые $p(t)$, не показанные на рис. 1 (чтобы не загромождать его), изображаются горизонтальными прямыми между осью ординат и спадающей ветвью сплошной кривой и практически совпадают с этой кривой при $t > t_1$.

Институт химической физики
Академии Наук СССР

Поступило
24 XII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Д. Ландау и К. П. Станюкович, ДАН, 46, 399 (1945). [2] Г. И. Покровский и К. П. Станюкович, ДАН, 52, 33 (1946). [3] К. П. Станюкович, ДАН, 52, 777 (1946). [4] Я. Б. Зельдович, Теория ударных волн и введение в газодинамику, 1946. [5] К. П. Станюкович, ДАН, 53, 523 (1946). [6] А. А. Гриб, Прикладн. математ. и мех., 8, 273 (1944). [7] Л. Д. Ландау. Прикладн. математ. и мех., 9, 286 (1945). [8] А. А. Гриб, Прикладн. математ. и мех., 8, 169 (1944).