

З. Ф. ЧУХАНОВ, член-корреспондент АН СССР

ТЕПЛОБМЕН В УСЛОВИЯХ «ВНУТРЕННЕЙ» И «ВНЕШНЕЙ»
ЗАДАЧИ

Для решения задачи теплообмена ⁽¹⁾ пластинки с газом (при турбулентном пограничном слое) мы воспользовались аналогией между щелевым каналом и пластинкой. Рассмотрим, насколько допустима (точно) эта аналогия с точки зрения гидродинамической характеристики потоков.

Кривые распределения скоростей как в канале, так и в пограничном слое практически одинаковы и для ламинарного и для турбулентного режимов. По нашей схеме пограничный слой, образующийся при обтекании пластинки, представляет собой половину щелевого канала; следовательно, d эквивалентного канала $= 4\delta_l = 4\delta_t$, где δ_l и δ_t — соответственно, толщины ламинарного и турбулентного пограничных слоев.

Если схема, по которой пограничный слой представляет собой в каждом сечении эквивалентный щелевой полуканал, справедлива, то мы должны получить тождественные величины и для соответствующих значений коэффициентов сопротивления.

Как известно, для щелевого канала:

$$|\Delta p_l = \zeta_{кл} \frac{l}{d_s} \rho \frac{\bar{w}^2}{2}; \quad \zeta_{кл} = \frac{96}{Re_l}; \quad Re = \frac{\bar{w}d_s}{\nu}; \quad (1)$$

$$\Delta p_t = \zeta_{кт} \frac{l}{d_s} \rho \frac{\bar{w}^2}{2}; \quad \zeta_{кт} = \frac{a}{Re_l^{1/4}}. \quad (2)$$

Определим из уравнений (1) и (2) коэффициенты сопротивления для ламинарного и турбулентного обтекания пластинки.

Для обтекания пластинки обычно записывают:

$$\tau = C_f \frac{\rho w^2}{2}; \quad \tau_l = \bar{C}_f \frac{\rho \bar{w}^2}{2}; \quad \tau^* = C_f^* \frac{\rho w^2}{2}; \quad \tau_l^* = \bar{C}_f^* \frac{\rho \bar{w}^2}{2}, \quad (3)$$

где C_f и C_f^* — соответственно, общий и местный коэффициенты сопротивления пластинки, w и \bar{w} — соответственно, скорость невозмущенного потока и средняя скорость в пограничном слое. Из уравнений (1) и (3), так как $\tau_k = \tau^*$, имеем

$$\zeta_{кл} = \frac{\rho \tau_{кл}}{\rho w^2 / 2}; \quad \bar{C}_f^* = \frac{\tau}{\rho w^2 / 2}; \quad \zeta_{кл} = \bar{\zeta}_l^* = 4\bar{C}_f^*; \quad C_f^* = 0,25 \bar{\zeta}_l^* \frac{\bar{w}^2}{w^2}. \quad (4)$$

Так как $\bar{w} = \frac{1}{\delta_l} \int_0^{\delta_l} W y dy = \frac{2}{3} w$, а $d_s = 4\delta_l = 23,3x Re_x^{-0,5}$,

$$\bar{\zeta}_l^* = \frac{96\nu}{\frac{2}{3} w 23,3x Re_x^{-0,5}} = 6,17 Re_x^{-0,5} = 5,0 Re_x^{-0,5}; \quad C_f^* = 0,683 Re_x^{-0,5}. \quad (5)$$

Для турбулентного пограничного слоя, если принять a в уравнении (2) равным 0,316 (по Блазиусу), а δ_t , по Карману,

$$\delta_T = 0,37 \operatorname{Re}_x^{-0,2} x; \quad \bar{w} = \frac{1}{\delta_T} \int_0^{\delta_T} W y dy = \frac{7}{8} w,$$

$$\zeta_{\text{пл}} = \frac{0,316}{\left(\frac{7}{8} w 1,48 \operatorname{Re}_x^{-0,2} x v^{-1,0}\right)^{0,25}} = \frac{0,296}{\operatorname{Re}_x^{-0,2}}; \quad C_f^* = 0,0567 \operatorname{Re}_x^{-0,2}. \quad (6)$$

Для общего коэффициента сопротивления получаем

$$C_{fл} = 1,366 \operatorname{Re}_x^{-0,5}; \quad C_{fT} = 0,071 \operatorname{Re}_x^{-0,2}. \quad (7)$$

Для коэффициентов сопротивления, отнесенных к средней скорости газа в пограничном слое, и $\operatorname{Re}_x = \frac{w x}{\nu}$

$$\overline{C_{fл}^*} = 1,25 \operatorname{Re}_x^{-0,5}; \quad \overline{C_{fл}} = 2,5 \operatorname{Re}_x^{-0,5}; \quad \overline{C_{fT}^*} = 0,073 \operatorname{Re}_x^{-0,2}; \quad (8)$$

$$\overline{C_{fT}} = 0,09 \operatorname{Re}_x^{-0,2}.$$

Таким образом, в обычных условиях обтекание пластинки и движение в щелевом канале гидродинамически (с практически достаточной точностью) тождественны. Значение коэффициента $C_{fл}$, определенное уравнением (7), всего на 3% отличается от значения, полученного при точном решении. Но если гидродинамические условия движения в пограничном слое при обтекании пластинки с практически достаточной точностью тождественны условиям движения в эквивалентном щелевом канале, то очевидно, что при соответствующем подобии температурных полей будут тождественны и условия теплообмена. Для условий турбулентного пограничного слоя и турбулентного режима течения в трубе подобие температурных полей наблюдается при $\operatorname{Pr} \cong 1$. Как мы показали, для этих условий уравнение теплообмена для пластинки, выведенное из соответствующего уравнения для канала, дает практически удовлетворительное совпадение с опытом. Уточнение выведенных нами уравнений (1) за счет учета трения в псевдоламинарном пограничном слое, а также множителя K при \bar{w}^2 , получаемого при интегрировании $\frac{1}{s} \int_s w_s^2 ds = K \bar{w}^2$, приводит к следующим уравнениям, соответственно, для цилиндрического канала, щелевого канала и пластинки:

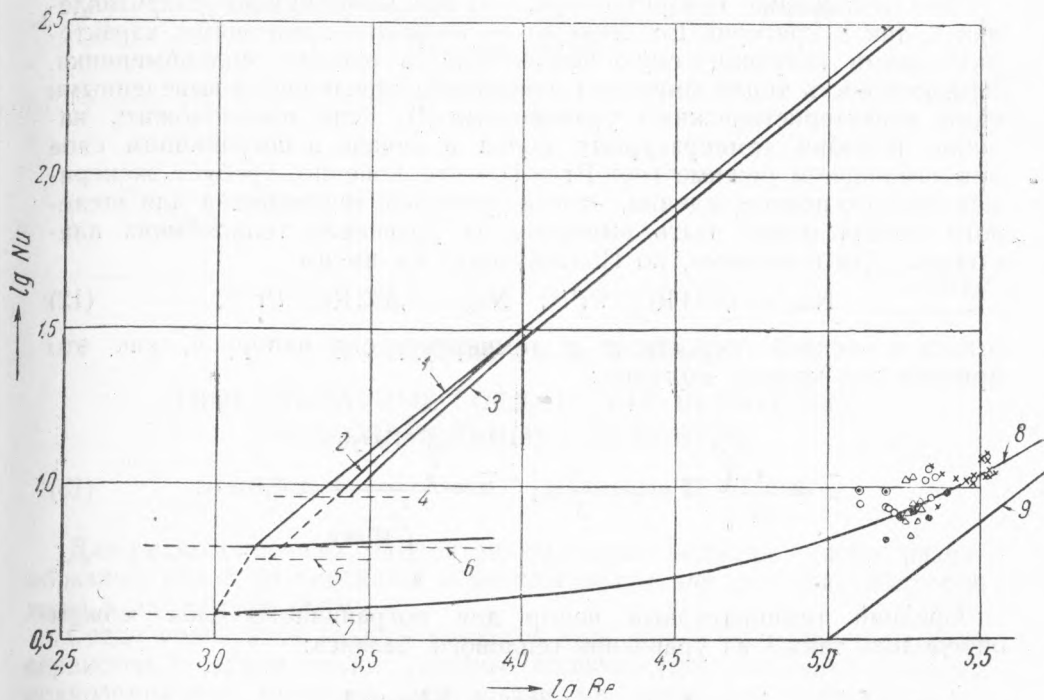
$$\varphi_{\text{кц}} = \frac{\operatorname{Nu}_{\text{кц}}}{\operatorname{Pe}} = \frac{0,25 \zeta (1 - 106 \operatorname{Re}^{-7/8}) [1 - (w_1 / \bar{w})^2]}{1 + (w_1 / \bar{w}) [2 \operatorname{Pr} - (w_1 / \bar{w})] [K - (w_1 / \bar{w})^2]}; \quad \frac{w_1}{\bar{w}} = 2,07 \operatorname{Re}^{-1/8}; \quad (9)$$

$$\varphi_{\text{кц}} = \frac{\operatorname{Nu}_{\text{кц}}}{\operatorname{Pe}} = \varphi_{\text{кц}} \frac{1 - 212 \operatorname{Re}^{-7/8}}{1 - 106 \operatorname{Re}^{-7/8}} \frac{K - (w_1 / \bar{w})^2}{K_1 - (w_1 / \bar{w})^2}; \quad (10)$$

$$\varphi_{\text{пл}} = \frac{\overline{\operatorname{Nu}_x}}{\operatorname{Pe}_x} \approx 0,036 \operatorname{Re}_x^{-0,18} (1 - 168 \operatorname{Re}_x^{-0,7}) \frac{1 - 4,04 \operatorname{Re}_x^{-0,2}}{K_1 - 4,04 \operatorname{Re}_x^{-0,2}}. \quad (11)$$

Следует указать, что применение для определения ζ уравнения Блазиуса ($\zeta = 0,316 \operatorname{Re}^{-1/4}$) для щелевого канала не оправдывается опытами Шиллера, а также Вашингтона и Маркса (2). Повидимому, в уравнении (2) $a \approx 0,28 \operatorname{Re}^{-0,25}$, и тогда в уравнении (11), в частности, вместо коэффициента 0,036 следует подставить $\sim 0,033$.

Уравнения (9), (10) и (11) справедливы только для Pr , близкого единице, так как в наших уравнениях не учтены два фактора: молекулярная теплопроводность в турбулентном ядре, имеющая большое значение при очень малых Pr (жидкие металлы), и нелинейность распределения температуры в псевдо-ламинарном пограничном слое, имеющая большое значение для жидкостей с большими Pr . Учет



Теплообмен в цилиндрическом и щелевом каналах (теоретические кривые автора). Экспериментальные точки — по исследованиям М. А. Стыриковича (3). 1 — цилиндрический канал ($Pr = 0,7$); 2 — щелевой канал ($\zeta = 0,316 Re^{-0,25}$; $Pr = 0,7$); 3 — щелевой канал ($\zeta = 0,28 Re^{-0,25}$; $Pr = 0,7$); 4 — $Nu_{лщ_2} = 9,2$; 5 — $Nu_{лщ_1} = 5,5$; 6 — $Nu_{лщ_2} = 6,1$; 7 — $Nu_{лщ_1} = 3,7$; 8 — цилиндрический канал (с учетом „молекулярной“ теплопроводности); 9 — цилиндрический канал ($Pr = 0,005$ без учета „молекулярной“ теплопроводности)

этих факторов позволит применить эти уравнения и для теплообмена с жидкостями с $Pr \neq 1$.

В первом приближении, без учета изменения температурного поля при изменении Re , для очень малых значений Pr молекулярная теплопроводность может быть учтена простым суммированием Nu по уравнению (9) и Nu „ламинарного“. Сопоставление расчетных кривых с опытными данными * М. А. Стыриковича (3) приведено на рисунке.

Пользуясь уравнениями (9), (10) и (11), а также примененной нами аналогией между каналом (внутренняя задача) и пограничным слоем (внешняя задача), мы можем сопоставить эффективность теплообмена в этих двух характерных случаях. Пользуясь методом, изложенным в нашей работе (4), нетрудно показать, что внешняя задача (теплообменник из соответствующим образом расположенных пластинок) для практически важных условий значительно выгоднее теплообменника „канал“.

Физически это объясняется очень просто: максимальное расстояние переноса тепла к стенке меньше при внешнем обтекании тела. Как мы убедились в работе по сравнению эффективности теплообменников „канал“ и „пучок“, даже наличие при внешней задаче вредных сопротивлений, не связанных с работой, затрачиваемой потоком на молярный перенос вещества (который составляет более 90% общего сопротивления), „пучок“ выгоднее „канала“.

* Влияние шероховатости на теплообмен жидкостей при очень малых значениях Pr не может быть практически значительным.

Это положение говорит о том, что как коэффициент сопротивления ζ , так и критерий Eu (Эйлера) не являются критериями, характеризующими гидравлическую эффективность работы теплообменника. Эффективность теплообменника однозначно определяется выведенными нами характеристическими уравнениями (4). Если предположить наличие подобия температурных полей в канале и пограничном слое при ламинарном режиме (при $Pr \cong 1$), — что, конечно, требует экспериментального подтверждения, — тогда уравнение теплообмена для щелевого канала может быть выведено из уравнения теплообмена пластинки. Для пластинки, по Польгаузену, мы имеем

$$Nu_x = 0,664 Re_x^{0,5} Pr^{1/3}; \quad Nu_x^* = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3}; \quad (12)$$

относя к средней скорости \bar{w} и температурному напору $\bar{\vartheta}$, как это принято для канала, получим:

$$\bar{w} = \frac{1}{\delta_l} \int_0^{\delta_l} W y dy = \frac{2}{3} w; \quad \bar{\vartheta} = \frac{\int_0^{\delta_l} W y \vartheta dy}{\int_0^{\delta_l} W y dy} \approx 0,8 \vartheta. \quad (13)$$

Средний температурный напор для пограничного слоя можем определить также из уравнения теплового баланса:

$$\bar{\vartheta} = \left[1 - \frac{q_{\Phi}}{q_0} \right] \vartheta = \left[1 - \frac{0,664 \lambda Re_x^{-0,2} Pr^{1/3}}{\frac{2}{3} w \delta 83 x Re_x^{-0,5} Cp \gamma \cdot l} \right] \vartheta = 0,83 \vartheta. \quad (14)$$

Пользуясь уравнениями (13) и (14), получаем из (12)

$$Nu_x^* = 1,2 \sqrt{\frac{3}{2}} 0,332 Re_x^{0,5} = 0,485 Re_x^{0,5}; \quad (15)$$

$$Nu = 0,485 Re_x^{0,5} \frac{4 \cdot 5,83 x}{x} Re_x^{-0,5} = 9,2. \quad (16)$$

Таким образом, мы получили для щелевого канала при установившемся режиме $Nu = 9,2$ и, соответственно, для цилиндрического канала $Nu = 6,1$.

Полученное для Nu значение почти на 70% выше полученного из аналитического* решения Нуссельта — Гребера, однако значительно лучше отвечает опытным данным по теплообмену при ламинарном режиме (5). Как уже указывалось, данное нами решение справедливо лишь при подобии температурных полей в канале и в пограничном слое при ламинарном режиме.

Поступило
11 XII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 З. Ф. Чуханов, ДАН, 48, № 2 (1945). 2 L. Washington, W. M. Marks, *Indust. Ing. Chem.*, 29, 337 (1937). 3 М. А. Стырикович и И. Е. Семеновкер, ЖТФ, 10, № 16 (1940). 4 З. Ф. Чуханов, ДАН, 53, № 3 (1946). 5 В. Хейлигенштедт, Регенераторы, рекуператоры и воздухонагреватели, 1933.

* В решении Нуссельта — Гребера получается отличное от нашего распределения температур не подобное распределение скоростей. Повидимому, в условиях теплообмена газа в канале температурное поле фактически подобно температурному полю в пограничном слое.