Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LV, № 1

ФИЗИКА

С. Б. ГУРЕВИЧ

ПОГЛОЩЕНИЕ УЛЬТРААКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЖИДКОСТЯХ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 3 VIII 1946)

В 1845 г. Стокс (1) вывел формулу для определения поглощения плоских ультраакустических волн в средах, обладающих той или иной степенью вязкости:

$$\alpha = \frac{2\,\omega^2 \mu}{3\,\rho a^3}, \tag{1}$$

где α — поглощение ультраакустических волн на единицу длины, ω — круговая частота, ρ — плотность среды, a — скорость распространения ультраакустических волн, μ — коэффициент вязкости*.

Более 80 лет эта формула не могла быть проверена, так как для генерации плоских волн необходимы были колебания высокой частоты и, кроме того, поглощение в жидкостях при небольших частотах слишком мало, чтобы можно было его измерять в небольших объемах.

Первые работы по измерению поглощения показали, что для всех без исключения жидкостей найденное опытным путем поглощение значительно больше вычисленного из (1) (только для ртути это превышение составляет весьма незначительную величину). При этом обнаружилось, что для большинства жидкостей соблюдается пропорциональность коэффициента поглощения квадрату частоты; для некоторых жидкостей имеется отклонение от этой пропорциональности в сторону уменьшения (соблюдается пропорциональность частоте в степени, меньшей 2).

Мандельштам и Леонтович (2) предложили исправить формулу Стокса введением второго (объемного) коэффициента вязкости μ'. Стокс (1) в своей работе полагал его равным нулю, одновременно указывая на недостаточность этого предположения.

Введение второго коэффициента вязкости (до сих пор еще никем не определенного) дало возможность отнести за его счет превышение экспериментальной величины коэффициента поглощения над величиной коэффициента, вычисленного по формуле Стокса (1).

Таким образом, в этой улучшенной формуле

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\,\rho a^3}\left\{{}^4/_3\,\mu + \mu'\right\} \tag{2}$$

сохранялась квадратичная зависимость при увеличении абсолютного значения коэффициента поглощения.

---

* В настоящей работе мы не рассматриваем поглощения за счет теплопроводности, так как оно достаточно мало для случая жидкостей.

Для объяснения отклонения от квадратичной зависимости Мандельштам и Леонтович сделали предположение, что вторая вязкость при больших частотах сама делается зависимой от частоты. В связи с этим они создали релаксационную теорию поглощения ([2]) и предполагали, что эта теория лучше стоксовской объясняет экспериментальные данные по поглощению.

Однако, как оказывается, для качественного объяснения вполне можно обойтись предположениями Стокса, развивая лишь их дальше без упрощающих допущений, делаемых им (о количественном сопоставлении мы пока, к сожалению, не имеем возможности говорить, так как экспериментальные данные большинства авторов слишком неточны, да и теоретические значения для α представлены величинами, значений которых мы не знаем).

Уравнение, аналогичное полученному Стоксом, но с учетом второго коэффициента вязкости, имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \left(\frac{{}^4/_3\mu + \mu'}{\rho}\right)\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0, \tag{3}$$

где u — компонента скорости движения частицы на направление распространения ультраакустических колебаний; μ' — второй коэффициент вязкости.

Полагая вначале $u = u_0 e^{i\omega t}$ и обозначив $k = \frac{{}^4/_3\mu + \mu'}{\rho}$, приведем (3) к виду

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{\omega^2}{a^2 + i\omega k}\, u = \frac{d^2 u}{dx^2} + \lambda^2 u = 0, \tag{4}$$

где $\lambda = \beta - i\alpha$, а $\lambda^2 = \beta^2 - \alpha^2 - 2\alpha\beta$ и, таким образом,

$$\beta^2 - \alpha^2 = \frac{c^2\omega^2}{a^4 + k^2\omega^2},$$
$$2\alpha\beta = \frac{k\omega^3}{a^4 + k^2\omega^2}. \tag{5}$$

Полагая на бесконечности $u = 0$ и беря затем одну лишь действительную часть, имеем:

$$u = Ae^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x), \tag{6}$$

откуда становится ясным, что коэффициент α — это коэффициент поглощения, а $\beta = \omega/v$ (где v — скорость звука) представляет собой волновое число.

Решая уравнение (5) относительно α и β, мы получим

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{2a^2}\,\frac{\sqrt{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}} - 1}{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}} \tag{7}$$

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{2a^2}\,\frac{\sqrt{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}} + 1}{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}} \; * . \tag{8}$$

---

* В литературе мы не встречали соображений, аналогичных развитым ниже, хотя весьма возможно, что выражения (7) и (8) были когда-либо получены как решение уравнения (3).

Уравнение (7) дает наиболее общее значение для коэффициента поглощения.

Если $k^2\omega^2/a^4 \ll 1$, т. е. квадрат произведения вязкостного коэффициента на частоту $k^2\omega^2$ значительно меньше четвертой степени скорости a^4, то в первом приближении формула (7) обратится в формулу (2). Этот случай реализуется для многих жидкостей, так как при не слишком больших частотах для них произведение $k^2\omega^2$ пренебрежимо мало по сравнению с a^4. Например, для воды при частотах порядка 10^8 $k^2\omega^2/a^4 \sim 10^{-8}$. Однако для жидкостей, обладающих большим k, даже при не очень больших ω, $k^2\omega^2/a^4$ не мало, а в пределе может быть весьма значительно. Для этого случая $k^2\omega^2/a^4 \gg 1$, и мы имеем

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega}{2k}}, \tag{9}$$

т. е. зависимость α от частоты меняется от пропорциональности квадрату частоты до пропорциональности частоте в степени $^1/_2$*.

Экспериментально пропорциональность коэффициента поглощения частоте в степени меньше 2 обнаружена для ряда жидкостей, в том числе для уксусной и муравьиной кислот ([3]), метилацетата, этилацетата ([4]) и др.

Мы считаем, что пользование формулой (7) вместо (1) или (2) в большинстве случаев (за исключением тех, когда $k^2\omega^2$ будет заведомо и при всех условиях меньше a^4) позволит более правильно объяснить экспериментальные данные по поглощению.

Наоборот, тот факт, что экспериментаторы, обсуждая результаты своих измерений, пользовались формулой (1), а иногда (2), привел к многочисленным попыткам создания новых теорий поглощения ([2-6]), в большинстве случаев лишь запутывающих вопрос и затрудняющих теоретическую интерпретацию экспериментальных данных.

Уравнение (8) позволяет найти зависимость скорости распространения ультраакустических волн от частоты, т. е. дисперсию

$$V^2 = 2a^2 \frac{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}}{\sqrt{1 + \frac{k^2\omega^2}{a^4}} + 1}. \tag{10}$$

Для случая $k^2\omega^2/a^4 \ll 1$, если пренебречь членом $k^2\omega^2/a^4$, имеем

$$V^2 = a^2, \tag{11}$$

а с учетом и члена первого порядка малости

$$V^2 = a^2\left(1 + \frac{3k^2\omega^2}{4a^4}\right), \tag{12}$$

т. е. получим выражение, указывающее на наличие дисперсии. В пределе (для $k^2\omega^2/a^4 \gg 1$)

$$V^2 = 2k\omega, \tag{13}$$

---

* Интересно отметить, что, согласно (9), для очень вязких жидкостей и при достаточно высоких частотах величина коэффициента поглощения может оказаться меньшей, чем вычисленная из выражения Стокса (1).

т. е. скорость не зависит уже от a (скорости при малых частотах), а зависит лишь от вязкости и частоты. Сравнивая выражение (7) для коэффициента поглощения и выражение (10) для скорости друг с другом, мы находим, что отклонение коэффициента поглощения от пропорциональности ω^2 и дисперсия зависят от одних и тех же величин и поэтому должны существовать одновременно. Экспериментально это предположение уже подтверждено для уксусной и муравьиной кислот ([7]).

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность проф. Е. Ф. Гроссу и И. Г. Михайлову за интерес к моей работе и за обсуждение результатов.

Физический институт Ленинградского
государственного университета

Поступило
3 VIII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Stokes, Cambridge Trans., **8**, 287 (1845). [2] Л. И. Мандельштам и М. А. Леонтович, ЖЭТФ, **7**, 438 (1937). [3] П. А. Бажулин, ЖЭТФ, **8**, 457 (1938). [4] P. Biquard, Ann. de Phys., **6**, IX (1946). [5] R. Lucas, J. de phys. et le radium, **8**, № 2, 41 (1937). [6] H. O. Kneser, Ann. Phys, V Folge, **37**, 277 (1938). [7] Б. Г. Шпаковский, ДАН, **18**, 169 (1938).