Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LV, № 2

*АЭРОДИНАМИКА*

Г. Н. АБРАМОВИЧ и Л. А. ВУЛИС

# К МЕХАНИКЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЕТОНАЦИИ И ГОРЕНИЯ

*(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 30 V 1946)*

Ниже приводятся некоторые соотношения, характерные для одноразмерного стационарного распространения детонации и нормального горения, в частности, дается физическое доказательство известного правила Чепмена об отборе минимальной скорости детонации. Полученные выводы непосредственно вытекают из сущности явления, описанного ранее Г. Н. Абрамовичем и названного им «тепловым кризисом» (1).

В современном представлении (4—6) детонационная волна, распространяющаяся в горючей газовой среде, является двуслойной. Первый слой представляет собой адиабатическую ударную волну, при прохождении через которую газ сильно разогревается и воспламеняется, второй — область горения. Ради удобства исследования будем считать фронт волны неподвижным, а газ притекающим к нему со скоростью $w_1$ (скорость распространения детонации в неподвижном газе). При этом, согласно известному закону Прандтля, в ударной волне *

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1, \tag{1}$$

причем $\lambda_1 > 1$, $\lambda_2 = 1/\lambda_1 < 1$ (ударная волна распространяется со сверхзвуковой скоростью: $w_1 > a_1^*$).

Во втором слое детонационной волны (области горения), вследствие подвода тепла, скорость газа возрастает ($w_3 > w_2$), а давление падает ($p_3 < p_2$). Таким образом, область горения в детонационной волне (как и в случае медленного горения) представляет собой скачок разрежения в дозвуковом потоке газа.

Изменение скорости, плотности, давления и температуры газа в

---

* Здесь обозначено: $\lambda = \frac{w}{a^*} = \sqrt{\frac{k+1}{2}} \frac{\mathrm{Ma}}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2}}$ — безразмерный коэффициент скорости, $\mathrm{Ma} = w/a$ — число Маха, $a = \sqrt{kgRT}$ — местная скорость звука, $a^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_0}$ — критическая скорость, $T$ — температура газа, $T_0 = \frac{T}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2}$ — температура адиабатического торможения, $k = c_p/c_v$ — показатель адиабаты Пуассона, $c_p = AR\frac{k}{k-1}$ — теплоемкость при постоянном давлении (среднее на данном интервале значение), $R$ — газовая постоянная, $A = \frac{1}{427} \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$; $g = 9{,}81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$. Кроме того (см. ниже), $p$ и $\rho$ — давление и плотность газа, $Q$ — теплотворная способность смеси.

первом слое детонационной волны — скачке уплотнения выражается соотношениями *:

$$\frac{w_1}{w_2}=\frac{\rho_2}{\rho_1}=\lambda_1^2;\quad \frac{p_1}{p_2}=\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}{\lambda_1^2-\frac{k-1}{k+1}};\quad \frac{T_1}{T_2}=\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}{1-\frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_1^2}}. \tag{2}$$

Существенно, что температура торможения и критическая скорость здесь неизменны: $T_{02}=T_{01}$; $a_2^*=a_1^*$.

Приведенные формулы получены из основных уравнений: неразрывности, импульсов, энергии и состояния для идеального газа.

В зоне горения происходит существенное увеличение температуры торможения и критической скорости.

$$\frac{T_{03}}{T_{02}}=\frac{a_3^{*2}}{a_1^{*2}}=\frac{\lambda_3^2(1+\lambda_1^2)^2}{\lambda_1^2(1+\lambda_3^2)^2}=\frac{\lambda_3^2(1+\lambda_2^2)^2}{\lambda_2^2(1+\lambda_3^2)^2}. \tag{3}$$

Из последней формулы имеем:

$$\lambda_3=\frac{1+\lambda_2^2}{2\lambda_2}\left[1-\sqrt{1-\frac{4\lambda_2^2}{(1+\lambda^2)^2}\frac{T_{03}}{T_{01}}}\right]\sqrt{\frac{T_{01}}{T_{03}}}. \tag{4}$$

Величина $\lambda_2$ непосредственно за скачком уплотнения обычно существенно меньше единицы, при малой величине относительного прироста $T_0$ в области горения ($T_{03}/T_{01}\cong 1$) выражение (4) упрощается:

$$\lambda_3\cong\lambda_2\sqrt{1+\Delta T_0/T_{01}}, \tag{5}$$

или, при введении постоянной температуры холодного газа $T_1$:

$$\lambda_3\cong\frac{1}{\lambda_1}\sqrt{1+\vartheta\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2\right)}, \tag{6}$$

где $\vartheta=\Delta T_0/T_1=Q/c_pT_1$ — тепловая характеристика смеси.

В пределе, при бесконечно большой скорости распространения, будет $w_1=\infty$, $\lambda_1=\sqrt{(k+1)/(k-1)}$, $T_{01}=\infty$. Следовательно, с усилением скачка уплотнения детонационная волна сближается с ударной: $\lambda_{3\text{пред}}\cong\lambda_2=1/\lambda_1$.

Горение за фронтом очень сильной ударной волны начинается на столь высоком тепловом уровне, что может вызвать лишь относительно небольшой прирост температуры торможения. Кроме того, с ростом температуры $T_2$ будет несколько уменьшаться абсолютная разность температур $\Delta T_0=T_{03}-T_{01}$ — в связи с возрастающей ролью термической диссоциации.

При образовании детонации в результате местного взрыва в горючей смеси в центре взрыва развиваются весьма высокие давления, и от него устремляется очень сильная ударная волна. Эта волна, проходя через холодный газ, вызывает, как уже упоминалось, значительный разогрев его и может привести к воспламенению, т. е. образованию за фронтом скачка уплотнения зоны горения. В начале процесса скорости газа по обе стороны зоны горения будут близки между собой и существенно ниже критической скорости, так как интенсивность ударной волны вначале очень велика ($\lambda_3\cong\lambda_2\ll 1$). По мере удаления

* Например, при скорости распространения ударной волны $w_1=2000$ м/сек., $T_1=400°$ К, $R=30$ кг·м/кг·град., $k=1{,}4$ имеем $T_{01}\cong 2300°$ К, $a_1^*\cong 900$ м/сек., $\lambda_1\cong 2{,}2$, $\lambda_2\cong 0{,}45$, чему соответствует $T_2\cong 2400°$ К. Нет сомнения, что в данном случае ударная волна может вызвать воспламенение горючей газовой смеси.

от центра взрыва волна детонации будет ослабляться и скорость распространения ее $\lambda_1$ и температура торможения $T_{01}$ падать. Коэффициент скорости $\lambda_2$, относительный разогрев газа $\vartheta$ и скорость движения сгорания продуктов $\lambda_3$ при этом будут увеличиваться. Очевидно, что когда детонационная волна ослабится настолько, что $\lambda_3$ поднимется до критического значения $\lambda_{3кр}=1$, дальнейшее снижение скорости детонации окажется невозможным. Действительно, как было показано Л. А. Вулисом ([3]), дальнейшее увеличение $\lambda_3$ и переход в сверхзвуковую область возможен единственно при перемене знака воздействия — в данном случае при переходе от выделения тепла в зоне горения к отводу его, начиная от критического сечения («тепловое сопло»).

Таким образом, процесс детонации, начавшийся от взрыва, будет непрерывно ослабевать до тех пор, пока скорость распространения не снизится до минимального значения, отвечающего наступлению теплового кризиса в зоне горения. Дальнейшее распространение детонационной волны будут иметь стационарный характер*.

Полученный вывод совпадает с хорошо известным в теории детонации правилом Чепмена (1899 г.), согласно которому реализуется всегда наименьшее возможное значение скорости распространения детонационной волны. Итак, правило Чепмена вытекает непосредственно из механики неадиабатических течений. В другом характерном случае — распространения пламени при нормальном горении — значение $\lambda_1$ также является предельным. Здесь оно определяет максимальное значение скорости распространения (а не минимальное, как при детонации).

Приведем теперь некоторые количественные соотношения, удобные для расчета. Полагая в выражении (3) $\lambda_3=1$, имеем:

$$\lambda_1^2=\frac{1+2\vartheta}{1+4\vartheta\dfrac{k-1}{k+1}}\left[1\pm\sqrt{1-\frac{1+4\vartheta\dfrac{k-1}{k+1}}{(1+2\vartheta)^2}}\right], \tag{7}$$

В этом уравнении оба знака отвечают реальным процессам. Положительный знак соответствует установившемуся детонационному горению ($\lambda_1>1$), т. е. скорости распространения ударной волны, отрицательный — предельной скорости распространения медленного горения. Отметим, что последний случай пригоден также для расчета зоны горения в детонационной волне.

В практически интересных случаях, когда $\vartheta>1$, получаем простые приближенные (с ошибкой меньше 2%) формулы:

$$\lambda_1^2=\frac{2+4\vartheta}{1+4\vartheta\dfrac{k-1}{k+1}} \tag{8}$$

для скорости распространения волны детонации и

$$\lambda_1^2=\frac{1}{2+4\vartheta} \tag{9}$$

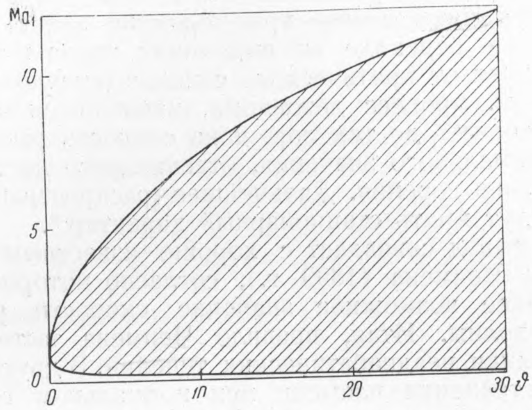
для предельной скорости распространения волны горения.

На рисунке изображена зависимость числа Маха $\mathrm{Ma}_1$ от параметра $\vartheta$ (для $k=1{,}4$). Верхняя ветвь кривой (в сверхзвуковой области движения, $\mathrm{Ma}_1>1$) отвечает установившейся скорости распространения

* В отличие от этого, как известно, адиабатическая ударная волна, образовавшаяся в результате взрыва и распространяющаяся в инертной среде, по мере удаления от центра взрыва полностью вырождается, переходя в волну акустическую.

детонации, нижняя ветвь (в области $\mathrm{Ma}_1 < 1$) — максимальной скорости горения.

График дает единое представление о скорости распространения горения. При этом в сверхзвуковой области (над кривой) лежат значения, отвечающие неустановившемуся режиму детонации, а в дозвуковой (ниже кривой) — бесчисленное множество значений, отвечающих нормальному горению при малых скоростях движения газа. Наконец,




Зависимость числа Маха для распространения детонации и горения от тепловой характеристики смеси

режимы, отвечающие заштрихованной области, не могут быть реализованы в связи с невозможностью перейти через скорость звука при подводе тепла («тепловой кризис»)*.

Как видно из графика, достаточно самого незначительного теплового воздействия, чтобы предельная скорость горения стала существенно ниже, а скорость детонации существенно выше скорости звука.

Изменение скорости, температуры торможения и давления в зоне горения на предельных режимах ($\lambda_3 = 1$), согласно уравнениям неразрывности, импульсов, энергий и состояния, найдется из выражений

$$\frac{w_2}{w_3} = \frac{\rho_3}{\rho_2} = \frac{2}{\lambda_1^2 + 1}; \quad \frac{T_{02}}{T_{03}} = \left(\frac{2\lambda_1}{\lambda_1^2 + 1}\right)^2; \quad \frac{p_2}{p_3} = 1 \pm k\frac{\lambda_1^2 - 1}{\lambda_2^2 + 1}. \qquad (10)$$

В последнем выражения знак плюс берется для детонации ($\lambda_1 > 1$), знак минус — для предельного случая нормального горения ($\lambda_1 < 1$). Таким образом, всегда $p_2 > p_3$, т. е. зона горения является во всех случаях скачком разрежения.

Поступило
30 V 1946

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. Н. Абрамович, ДАН, **54**, № 7 (1946). [2] С. З. Беленький, ДАН, **48**, 173 (1945). [3] Л. А. Вулис, ДАН, **54**, № 8 (1946). [4] А. А. Гриб, Прикладная математ. и мех., 8, 267 (1944). [5] Я. В. Зельдович, Теория горения и детонации газов, 1945. [6] Л. Д. Ландау, Механика сплошных сред, 1944.

* Именно этим следует объяснить, что переход от медленного горения к детонации в трубах осуществляется скачкообразно.