Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LV, № 2

МАТЕМАТИКА

А. А. КУРДЮМОВ

ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ СУДОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

(Представлено академиком В. Л. Поздюниным 23 VII 1946)

В течение уже более полутораста лет, прошедших со времени появления известного сочинения шведского адмирала Чапмана, вопросам построения теоретического чертежа было посвящено не мало работ, но, несмотря на это, до настоящего времени не указано еще способа аналитического представления судовой поверхности, удовлетворяющей любому числу условий*.

В настоящей работе указывается один из возможных вариантов решения рассматриваемой задачи, приводящий, повидимому, наиболее быстро и просто к цели.

1°. Рассмотрим поверхность

$$\eta_0 = f(\xi, \zeta), \tag{1}$$

имеющую заданные сечения

$$\left.\begin{aligned} f(\xi_i, \zeta) &= S_i(\zeta), \quad i = 0, 1, \ldots, (n-1), \\ f(\xi, \zeta_j) &= W_j(\xi), \quad j = 0, 1, \ldots, (m-1), \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

и пусть нам надо построить поверхность, удовлетворяющую, кроме условий (2), еще двум дополнительным

$$\left.\begin{aligned} \eta &= S_n(\zeta) \quad \text{при} \quad \xi = \xi_n, \\ \eta &= W_m(\xi) \quad \text{при} \quad \zeta = \zeta_m, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

причем функции (2) и (3) удовлетворяют следующим очевидным условиям сопряжения

$$S_i(\zeta_j) = W_j(\xi_i), \quad i = 0, 1, \ldots, n, \quad j = 0, 1, \ldots, m. \tag{4}$$

Безразмерные координаты ξ, η и ζ связаны с декартовыми координатами x, y и z соотношениями

$$x = \xi L, \quad y = \eta \frac{B}{2}, \quad z = \zeta T, \tag{5}$$

где L, B и T — длина, ширина и осадка при миделе; расположение координатных осей показано на рисунке.

Будем искать интересующую нас поверхность в виде

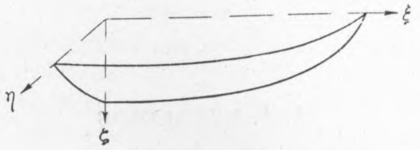
$$\eta = f(\xi, \zeta) + \varphi(\xi)\psi(\zeta)K(\zeta^0, \zeta), \tag{6}$$

* Изложение существующих методов проектирования судовой поверхности можно найти в (1).

где функция $K(\zeta^0, \zeta)$ удовлетворяют условиям

$$K(\zeta^0, 0) = 1, \quad K(\zeta^0, \zeta^0) = 0; \tag{7}$$

$\zeta^0 = D(\xi)$ есть апликата точки на обводе диаметральной плоскости, а функции $\varphi(\xi)$ и $\psi(\zeta)$ подлежат определению; мы предполагаем, что поверхности (1) и (6) имеют одинаковый обвод диаметральной плоскости.



Функция $K(\zeta^0, \zeta)$ может быть, в частности, взята в виде

$$K(\zeta^0, \zeta) = 1 - \frac{\zeta}{\zeta^0}, \tag{8}$$

ибо форма судовой поверхности зависит от выбора этой функции сравнительно незначительно.

Подставляя (6) в (3), получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} f(\xi_n, \zeta) + \varphi(\xi_n)\psi(\zeta)K(\zeta_n^0, \zeta) = S_n(\zeta), \\ f(\xi, \zeta_m) + \varphi(\xi)\psi(\zeta_m)K(\zeta^0, \zeta_m) = W_m(\xi), \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

решая которую найдем

$$\varphi(\xi)\psi(\zeta) = \frac{[\overline{S}_n(\zeta) - \overline{f}(\xi_n, \zeta)][\overline{W}_m(\xi) - \overline{f}(\xi, \zeta_m)]}{\varphi(\xi_n)\psi(\zeta_m)}, \tag{10}$$

где принято следующее обозначение

$$\overline{F}(\xi_i, \zeta_j) = \frac{F(\xi_i, \zeta_j)}{K(\zeta_i^0, \zeta_j)}, \quad \zeta_i^0 = D(\xi_i). \tag{11}$$

Полагая в (10) $\xi = \xi_n$, $\zeta = \zeta_m$ и замечая, что $\overline{S}_n(\zeta_m) = \overline{W}_m(\xi_n)$, получим

$$\varphi(\xi_n)\psi(\xi_m) = \overline{S}_n(\zeta_m) - \overline{f}(\xi_n, \zeta_m) = \overline{W}_m(\xi_n) - \overline{f}(\xi_n, \zeta_m),$$

так что искомое уравнение поверхности, например, может быть написано в виде:

$$\eta = f(\xi, \zeta) + [\overline{S}_n(\zeta) - \overline{f}(\xi_n, \zeta)]\frac{\overline{W}_m(\xi) - \overline{f}(\xi, \zeta_m)}{\overline{W}_m(\xi_n) - \overline{f}(\xi_n, \zeta_m)}K(\zeta^0, \zeta). \tag{12}$$

Если промежуточный шпангоут $S_n(\zeta)$ расположен на горизонтальном участке основной линии, то уравнение судовой поверхности на этом же участке значительно упрощается и принимает вид

$$\eta = f(\xi, \zeta) + [S_n(\zeta) - f(\xi_n, \zeta)]\frac{W_m(\xi) - f(\xi, \zeta_m)}{W_m(\xi_n) - f(\xi_n, \zeta_m)}; \tag{13}$$

каждый член выражения (13) имеет очевидное геометрическое значение.

Если обвод диаметральной поверхности у искомой поверхности отличен от такового у поверхности (1), то в выражение (6) нужно ввести вместо функции $f(\xi, \zeta)$ функцию $f(\xi, \zeta)\frac{K(\zeta^0, \zeta)}{K(\zeta_1^0, \zeta)}$, где $\zeta_1^0 = D_1(\xi)$ —

апликата точки на обводе диаметральной поверхности (1); если $\zeta_1^0 \geqslant \zeta^0$ при всех значениях ξ, то можно полагать $K(\zeta_1^0, \zeta) \equiv 1$.

2°. Существенной характеристикой судовой поверхности является строевая по шпангоутам

$$\int_0^{\zeta^0} \eta d\zeta = \omega(\xi), \tag{14}$$

т. е. кривая площадей поперечных сечений судовой поверхности.

Если мы заменим второе из условий (3) условием (14), то второе из уравнений (9) заменится уравнением

$$\Omega(\xi) + \varphi(\xi)\gamma(\xi) = \omega(\xi), \tag{15}$$

где

$$\Omega(\xi) = \int_0^{\zeta^0} f(\xi, \zeta)\, d\zeta, \tag{16}$$

$$\gamma(\xi) = \int_0^{\zeta^0} \psi(\zeta) K(\zeta^0, \zeta)\, d\zeta. \tag{17}$$

Решая совместно первое уравнение (9) и уравнение (15), найдем:

$$\varphi(\xi)\psi(\zeta) = \frac{[\overline{S}_n(\zeta) - \overline{f}(\xi_n, \zeta)]\,[\omega(\xi) - \Omega(\xi)]}{\varphi(\xi_n)\gamma(\xi)}. \tag{18}$$

Умножая первое уравнение (9) на $\dfrac{K(\zeta^0, \zeta)}{K(\zeta_n^0, \zeta)}\, d\zeta$ и интегрируя по осадке, получим

$$\varphi(\xi_n)\gamma(\xi) = \omega_n(\xi) - \Omega_n(\xi),$$

так что искомое уравнение судовой поверхности имеет вид

$$\eta = f(\xi, \zeta) + [\overline{S}_n(\zeta) - \overline{f}(\xi_n, \zeta)]\, \frac{\omega(\xi) - \Omega(\xi)}{\omega_n(\xi) - \Omega_n(\xi)}\, K(\zeta^0, \zeta), \tag{19}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \omega_n(\xi) &= \int_0^{\zeta^0} \overline{S}_n(\zeta) K(\zeta^0, \zeta)\, d\zeta, \\ \Omega_n(\xi) &= \int_0^{\zeta^0} \overline{f}(\xi_n, \zeta) K(\zeta^0, \zeta)\, d\zeta. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Для того чтобы условия (3) не нарушались, функции $\omega(\xi)$ и $\Omega(\xi)$ должны удовлетворять условиям

$$\omega(\xi_i) = \Omega(\xi_i), \quad i = 0, 1, \ldots, (n-1). \tag{21}$$

Если промежуточный шпангоут $S_n(\zeta)$ расположен на горизонтальном участке основной линии, где $\zeta^0 \equiv 1$, то

$$\omega_n(\xi) = \omega(\xi_n), \quad \Omega_n(\xi) = \Omega(\xi_n), \tag{22}$$

и уравнение судовой поверхности на этом же участке принимает вид:

$$\eta = f(\xi, \zeta) + [S_n(\zeta) - f(\xi_n, \zeta)]\, \frac{\omega(\xi) - \Omega(\xi)}{\omega(\xi_n) - \Omega(\xi_n)}. \tag{23}$$

Последовательным использованием формул (11) и (19) решаются все вопросы о выводе уравнения судовой поверхности, удовлетворяющей любому числу уравнений.

3°. Для построения надводной поверхности нужно продолжить до верхней палубы задаваемые шпангоуты и вычислить ординаты подводной поверхности. Однако это, вообще говоря, не дает нам нужной палубной линии, которую следует задавать независимо.

Поэтому нужно задать палубную линию и обвод одного из шпангоутов в надводной части, который в подводной части совпадает с соответствующими шпангоутами подводной поверхности, после чего использовать уравнение (12).

4°. При пользовании изложенным в настоящей работе способом аналитического представления судовой поверхности необходимо иметь в виду следующее:

а) рассматриваемая форма уравнения судовой поверхности приспособлена для изображения непрерывных и плавных обводов;

б) получаемые уравнения судовой поверхности не являются симметричными функциями исходных данных;

в) формулами (11) и (19) охватываются все возможные случаи проектирования теоретического чертежа по прототипу.

Поступило
23 VII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Г. Ханович, Проектирование судовой поверхности, 1933.