

55. Научное окружение современного человека. Аглиулин С.М., Безносик Ю.А., Бирюлин В.И., Бугаева Л.Н., Добродомова Т.Н., Куделина Д.В., Ларин О.М., и др.: монография. – Курск: Одесса, 2020. – 187 с. DOI: 10.30888/2663-5569.2020-03-01.

56. Бирюлин В.И., Куделина Д.В. модернизация системы нечеткого вывода для оценки текущего состояния изоляции кабельных линий. Интеллектуальная электротехника. – 2020. – №2(10). С.74-81. DOI: 10.46960/2658-6754_2020_2_74.

57. Бирюлин В.И., Куделина Д.В. электроснабжение промышленных и гражданских объектов: учебное пособие. – Курск: ЗАО «Университетская книга», 2020. – 259 с.

PROGRAM IMPLEMENTATION OF ALGORITHMS FOR MANAGING THE STATE OF A POWER SUPPLYING ORGANIZATION

O. M. Larin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
V.A. Shinakov, student
Southwest State University

УДК 62-83: 621.313.333

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ «АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ-УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ»

Рудченко Ю.А., к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение»
*Гомельский государственный технический университет имени
П.О.Сухого, Республика Беларусь*

С помощью авторского метода компенсации исследовано обобщенное уравнение движения автоколебательной электромеханической системы „асинхронный электродвигатель — упругий элемент”, что позволило получить математическое обеспечение для ее анализа и синтеза в виде критериальных уравнений связи начальных условий пуска с параметрами нагрузки, электродвигателя и электропитания.

Ключевые слова: автоколебательный электропривод, анализ уравнения движения, автоколебательная электромеханическая система, автоколебательное движение асинхронного двигателя

Введение

Эффективность применения безредукторного электропривода возвратно-вращательного (колебательного) движения с мягким реверсом обусловлена тем, что он позволяет не только уменьшить металлоемкость и исключить электромеханические удары в рабочей машине, но и осуществить плавное оперативное регулирование частоты и амплитуды колебаний, облегчить интеграцию привода с рабочим инструментом, повысить динамические и энергетические показа-

тели, а значит, в целом повысить производительность рабочей машины и качество выпускаемой продукции.

В ряде областей науки, техники и производства, где используется колебательное движение рабочего органа машины без повышенных требований к качеству колебаний, очень перспективным оказывается применение автоколебательных режимов работы электродвигателей. Это, например, испытательные стенды пружинных подвесок и других упругих элементов, дисбалансные вибраторы, станки-качалки, аппараты спортивной вибростимуляции, игрушки, рекламные качающиеся устройства и т.д.

Цель работы

Цель работы заключается в анализе условий возникновения, устойчивости и бифуркаций автоколебаний в однофазном и трехфазном электродвигателе с упругостью на валу, для его дальнейшего выбора в качестве силового элемента автоколебательной электромеханической системы.

Метод решения

Традиционными методами исследования установившегося движения автоколебательных систем являются методы малого параметра, Ван дер Поля, Галлеркина – Бубнова, гармонического баланса.

В данной статье будет использован оригинальный авторский метод, основанный на идее компенсации в установившемся режиме диссипативных сил нагрузки электромагнитными силами подпитки автоколебаний от асинхронного электродвигателя (АД).

Основы метода компенсации

В общем виде дифференциальное уравнение движения нагруженного асинхронного электродвигателя можно записать следующим образом

$$\ddot{\varphi} + f_1(\dot{\varphi}) - f_2(\dot{\varphi}) + \varphi + \delta_1 - \delta_2 = 0, \quad (1)$$

где $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ – относительная угловая координата положения вала АД и ее первая (скорость) и вторая (ускорение) производные по относительному времени;

Слагаемые $\ddot{\varphi}$ и φ описывают в относительных переменных консервативную пару «момент инерции – упругость»; функции $f_1(\dot{\varphi})$ и $f_2(\dot{\varphi})$ определяют диссипативные силы нагрузки и электромагнитные силы подпитки от АД; величины δ_1 и δ_2 учитывают постоянные, не зависящие от времени и координаты, усилия нагрузки и электромагнитного пускового момента АД.

С целью реализации метода компенсации, введем новую переменную

$$\psi = \varphi + \varphi_0, \quad (2)$$

где φ_0 – некоторая постоянная угловая координата.

Так как установившееся автоколебательное движение происходит по периодическому закону, то подстановкой (2) в (1) найдем координату

$$\varphi_0 = \delta_1 - \delta_2,$$

определяющую величину постоянного смещения (поджатия) пружины, относительно которого и происходят автоколебания.

Теперь представим уравнение (1) в виде, когда слагаемые, определяющие консервативную пару, записываются слева

$$\ddot{\psi} + \psi = f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}). \quad (3)$$

При полной компенсации $f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}) = 0$ и тогда вместо уравнения (4) можно исследовать систему двух уравнений

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + \psi = 0, \\ f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}) = 0. \end{cases}$$

Эта система избыточна, поскольку для нахождения одного общего неизвестного периодического решения имеется два уравнения.

В то же время такая избыточность очень полезна при определении взаимосвязи параметров пуска АД, электропитания и нагрузки, определяющей возникновение и устойчивость предельных циклов автоколебаний.

Такая связь легко устанавливается приравниванием отдельно найденных решений обоих уравнений.

Предлагаемый подход к определению на основе идеи компенсации установившегося периодического решения уравнения (1) не рекомендуется для общего применения.

Он дает хорошие результаты в случае, когда $f_1(\dot{\varphi})$ и $f_2(\dot{\varphi})$ являются нечетными функциями, поскольку тогда, как следует из метода гармонического баланса, невязка $\xi(t) = f_1(\dot{\psi}) - f_2(\dot{\psi})$ наиболее близка к нулю. Если же дополнительно известно, что закон автоколебаний почти гармонический, то использование метода компенсации дает результаты, точно совпадающие с полученными классическими методами.

Анализ обобщенного уравнения автоколебательного движения АД

Будем исследовать автоколебательное движение АД для наиболее распространенного случая его нагрузки жидкостным и сухим трением.

В этом случае $\delta_1 = 0$, а уравнение для сил диссипации можно записать в общепринятом виде

$$f_1(\dot{\varphi}) = \mu_1 \dot{\varphi} + \mu_2 \text{Sign } \dot{\varphi}$$

Тогда, ограничиваясь в аналитической аппроксимации обобщенной механической характеристики $f_2(\varphi)$ для однофазного и трехфазного асинхронных электродвигателей членами степенного ряда со степенями не выше третьей, представим уравнение (1) в виде

$$\ddot{\varphi} + (\mu_1 \dot{\varphi} + \mu_2 \text{Sign} \dot{\varphi}) - (\mu_3 + \mu_4 \dot{\varphi} + \mu_5 \dot{\varphi}^2 - \mu_6 \dot{\varphi}^3) + \varphi = 0, \quad (4)$$

где μ_1, μ_2 - коэффициенты нагрузки жидким и сухим трением;

$\mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6$ - коэффициенты полиномиальной аппроксимации механических характеристик АД.

Поскольку в левой части уравнения (4) имеются постоянная составляющая (μ_3) и квадратичная зависимость ($\mu_5 \dot{\varphi}^2$), то получится автоколебательное движение со смещением нейтрали колебаний. Далее будем ограничиваться в этом движении нулевой и первой гармоническими составляющими и в связи с

этим запишем слагаемое $\mu_5 \dot{\varphi}^2 = \mu_5 \cos^2 \tau = \mu_5 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\tau \right) \approx \frac{1}{2} \mu_5$ и преобразуем уравнение (4) к виду

$$\ddot{\varphi} + \varphi = \left(\mu_3 + \frac{1}{2} \mu_5 \right) - \mu_2 \text{Sign} \dot{\varphi} + (\mu_4 - \mu_1) \dot{\varphi} - \mu_6 \dot{\varphi}^3. \quad (5)$$

Представим уравнение (5) сначала в виде системы двух уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = v, \\ \dot{v} = \left(\mu_3 + \frac{1}{2} \mu_5 \right) - \varphi - \mu_2 \text{Sign} v + (\mu_4 - \mu_1)v - \mu_6 v^3, \end{cases}$$

а затем делением второго уравнения на первое в виде дифференциального уравнения интегральных кривых

$$\frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{v} \left[\left(\mu_3 + \frac{1}{2} \mu_5 \right) - \varphi - \mu_2 \text{Sign} v + (\mu_4 - \mu_1)v - \mu_6 v^3 \right]. \quad (6)$$

Проинтегрируем (6) для начальных условий φ_0, v_0

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left[\left(\mu_3 + \frac{1}{2} \mu_5 \right) - \varphi - \mu_2 \text{Sign} v + (\mu_4 - \mu_1)v - \mu_6 v^3 \right] d\varphi,$$

и получим

$$(v^2 - v_0^2) + (\varphi^2 - \varphi_0^2) - 2(\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_5) \cdot (\varphi - \varphi_0) = \Omega(\varphi), \quad (7)$$

где интеграл, учитывающий влияние сил диссипации и подпитки равен

$$\Omega(\varphi) = 2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} [-\mu_2 \text{Sign} v + (\mu_4 - \mu_1)v - \mu_6 v^3] d\varphi$$

В установившемся режиме силы подпитки и диссипации компенсируют друг друга, тогда $\Omega(\varphi) = 0$ и уравнение (7) сводится к системе уравнений

$$\begin{cases} (v^2 - v_0^2) + (\varphi^2 - \varphi_0^2) - 2(\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_5) \cdot (\varphi - \varphi_0) = 0, \\ \int_{\varphi_0}^{\varphi} [-\mu_2 \text{Sign} v + (\mu_4 - \mu_1)v - \mu_6 v^3] d\varphi = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Первое уравнение описывает фазовые траектории свободного движения подпружиненной системы, представляющие собой окружности со смещенным

центром в точку с координатами $v_u = 0, \varphi_u = \mu_3 + \frac{1}{2}\mu_5$ и радиусом

$$v_m = \varphi_m = \sqrt{v_0^2 + [\varphi_0 - (\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_5)]^2}$$

Это уравнение по существу описывает условия возникновения предельных циклов автоколебаний и позволяет установить взаимосвязь между начальными условиями пуска (φ_0, v_0) , нагрузкой (μ_1, μ_2) , параметрами АД и его электропитания $(\mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6)$, определяющую существование этих циклов.

Из фазовой траектории следует, что закон автоколебаний имеет вид

$$\varphi = (\mu_3 + \frac{1}{2}\mu_5) + \varphi_m \text{Sin}(\tau + \alpha), \quad (9)$$

$$\alpha = \text{arctg} \frac{\varphi_0}{v_0}$$

где

Интеграл $\Omega(\varphi)$ будет равен нулю, поскольку при компенсации сил диссипации силами подпитки будет равна нулю подинтегральная функция.

Прямой подстановкой (9) в подинтегральную функцию (8) получим

$$-\mu_2 \text{Sign}[\varphi_m \cos(\tau + \alpha)] + (\mu_4 - \mu_1)\varphi_m \cos(\tau + \alpha) - \mu_6 \varphi_m^3 \cos^3(\tau + \alpha) = 0.$$

В соответствии с идеей метода гармонического баланса произведем разложение слагаемых уравнения в ряд Фурье, отбросим все гармонические составляющие кроме первой и по ее амплитуде найдем, что

$$-\frac{4}{\pi}\mu_2 + (\mu_4 - \mu_1)\varphi_m - \frac{3}{4}\mu_6\varphi_m^3 = 0 \quad (10)$$

Преобразуем уравнение (10) к виду

$$\varphi_m^3 - \frac{4(\mu_4 - \mu_1)}{3\mu_6}\varphi_m + \frac{16\mu_2}{3\pi\mu_6} = 0$$

Обозначим через $\lambda_1 = (\mu_4 - \mu_1)/\mu_6$, $\lambda_2 = \mu_2/\mu_6$ – частные бифуркационные параметры, введем новую переменную

$$\rho = \varphi_m \cdot \sqrt[3]{3\pi/16\lambda_2}$$

и после преобразования получим

$$\rho^3 - \beta\rho + 1 = 0, \quad (11)$$

где $\beta = \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{12}} \cdot \frac{\lambda_1}{\sqrt[3]{\lambda_2^2}}$ – обобщенный бифуркационный параметр.

Анализом полученного кубического алгебраического уравнения можно получить, что при $\beta < 3/\sqrt[3]{4}$ корни уравнения (11) отрицательные и комплексные, что говорит об отсутствии предельных циклов автоколебаний.

При $\beta \geq 3/\sqrt[3]{4}$ имеются один отрицательный и два положительных корня, равных

$$\rho_{1,2} = 2\sqrt{\beta/3} \cdot \cos(60^\circ \mp \varphi/3), \quad (12)$$

где $\varphi = \arccos\left(0,5\sqrt{(3/\beta)^3}\right)$.

Эти корни дают предельные циклы автоколебаний на фазовой плоскости, устойчивость которых можно определить по условию,

$$\rho^3 - 0,5\beta\rho + 0,25 > 0 \quad (13)$$

Прямой подстановкой (12) в (13) можно убедиться, что устойчивыми являются предельные циклы для больших (ρ_1) и неустойчивыми для меньших (ρ_2) радиусов.

При $\beta = 3/\sqrt[3]{4}$ эти циклы сливаются в один и дают полу устойчивый цикл с радиусом $\rho_1 = \rho_2 = 1/\sqrt[3]{2}$.

Заключение

Итак, проведенный анализ уравнения (4) дает возможность построить фазовые траектории движения системы «трехфазный или однофазный АД – линейная пружина» и определить бифуркационные диаграммы. Их совокупность позволяет получить критериальные уравнения, определяющие условия возникновения устойчивых и неустойчивых автоколебаний, что является научной основой построения инженерной методики проектирования автоколебательного асинхронного электропривода.

Преимущество используемой нами идеи компенсации при решении уравнения движения перед общеизвестным методом Ван дер Поля, который по нашей проверке дает идентичный результат, заключается в том, что в критериальные соотношения удастся ввести кроме уравнений связи параметров нагрузки, АД и его электропитания еще и начальные условия пуска (9), которые существенно влияют на получение устойчивого автоколебательного режима.

SOFTWARE TRAFFIC SYSTEM", ASYNCHRONOUS MOTOR-ELASTIC ELEMENT"

A. Y. Rudchenko, Ph. D., associate Professor of the chair "power Supply"

Gomel state technical University named after P. O. Sukhoy, the Republic of Belarus

With the author's payment method is studied generalized equation of motion of a self-oscillating electromechanical systems "asynchronous motor - elastic element", which allowed to obtain, software for analysis and synthesis of a criterion-constitutive equations connection with the initial start-up conditions on the parameters, load, motor and power.

Key words: Self-oscillating electric drive, analysis equations of motion, self-oscillating electromechanical system, self-oscillating motion of the induction motor.