Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLVI, № 6

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

П. Л. КАЛАНТАРОВ

О РАЦИОНАЛИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

(Представлено академиком В. Ф. Миткевичем 8 VI 1944)

Известно, что при обычной форме написания зависимостей, которые связывают величины, характеризующие магнитное и электрическое поле, мы часто встречаем в них коэффициент 4π, хотя его наличие не всегда может быть объяснено естественными причинами. Примером этого могут служить связь между электрическим смещением и электрической силой $D=\varepsilon E/4\pi$ и связь между магнитной проницаемостью вещества, его магнитной восприимчивостью и магнитной проницаемостью пустоты $\mu=4\pi k+\mu_0$.

Наоборот, в некоторых случаях, даже при явно выраженной шаровой симметрии, множитель 4π отсутствует. Так, для емкости уединенного шара мы имеем $C=\varepsilon R$. Кроме того, отсутствие полной идентичности в определении аналогичных характеристик магнитного поля и электрического поля повело к нарушению симметрии ряда выражений. Так, например, энергия, отнесенная к единице объема поля, для магнитного поля равна $BH/8\pi$, а для электрического поля имеем $DE/2$.

На эти обстоятельства обратил внимание О. Хевисайд, который и указал, что систему единиц измерения магнитных и электрических величин можно построить таким образом, что коэффициент 4π займет свое естественное место, т. е. будет отражать наличие шаровой симметрии, и вместе с тем будет достигнута полная симметрия аналогичных выражений, относящихся к магнитному и электрическому полю.

Однако путь, предложенный О. Хевисайдом для достижения этой цели, приводит к единицам, связанным с единицами, глубоко внедрившимися в практику научных и техничеслих измерений, коэффициентами вида $(4\pi)^m 10^n$, причем $m=\pm{}^1/_2$, или $m=\pm 1$. Это обстоятельство исключает возможность практического применения хевисайдовой системы единиц.

С другой стороны, предложенная О. Хевисайдом рационализация уравнений электромагнитного поля имеет весьма существенное значение и желательно изыскать метод ее проведения, приемлемый с практической точки зрения.

В связи с этим было указано, что рационализации выражений, о которых идег речь, можно достичь, уменьшив в 4π раз единицы магнитной проницаемости и магнитной массы и увеличив в 4π раз единицы диэлектрической проницаемости, магнитной силы, магнитного сопротивления и магнитодвижущей силы. Такой метод, требующий изменения шести единиц, из которых лишь две — магнитной силы и магнитодвижущей силы — применялись на практике, представляется вполне приемлемым. На этот путь стала, в частности, Комиссия по единицам мер АН СССР, когда она в 1938 г. единогласно приняла решение предложить в качестве четвертой основной единицы в системе MKS единицу магнитной проницаемости, равную $10^7/4\pi$ магнитной проницаемости пустоты (1).

Однако наличие коэффициента 4π в переводных множителях для перехода от «нерационализованных» систем единиц к «рационализованным» даже только для шести единиц неудобно. Более того, частичное изменение системы единиц — изменение только шести единиц — ведет, повидимому, к недоразумениям. Чтобы показать это, рассмотрим коэффициент самоиндукции L какого-нибудь контура, находящегося в пустоте и выполненного из вещества, магнитная проницаемость которого равна магнитной проницаемости пустоты μ_0.

Пусть в «нерационализованной» системе единиц $L = \mu_0 F(l)$, где $F(l)$ — функция геометрической формы контура, имеющая размерность длины. Тогда в соответствующей «рационализованной» системе единиц, вводя для измерения магнитной проницаемости единицу в 4π раз меньшую, имеем $L = \frac{\mu_0}{4\pi} F(l)$. Воспользуемся системой MKS μ_0 с единицей длины 1 метр, единицей коэффициента самоиндукции 1 генри и условимся называть единицу магнитной проницаемости в «нерационализованной» системе юингом, а в «рационализованной» — раюингом, причем 1 юинг $= 4\pi$ раюингам.

Пусть $F(l) = 10$ метрам. Тогда, приняв во внимание, что $\mu_0 = 10^{-7}$ юингов $= 4\pi 10^{-7}$ раюингов, имеем:

$$L = \mu_0 F(l) = 10^{-7} \text{ юингов} \times 10 \text{ метров} = 10^{-6} \text{ генри},$$

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} F(l) = \frac{4\pi 10^{-7} \text{ раюингов} \times 10 \text{ метров}}{4\pi} = 10^{-6} \text{ генри},$$

откуда следует, что

$$1 \text{ генри} = 1 \text{ юингу} \times \text{метр},$$

$$1 \text{ генри} = 1 \text{ раюингу} \times \text{метр}.$$

Таким образом мы пришли к неприемлемому противоречию.

Это объясняется тем, что при переходе к «рационализованной» системе единиц мы, уменьшив в 4π раз числовой коэффициент в формуле для L и увеличив в 4π раз числовое значение μ_0, не изменили числового значения коэффициента самоиндукции, но в то же время, оставив неизменной единицу измерения левой части — генри, уменьшили в 4π раз единицу измерения правой части вследствие уменьшения в 4π раз единицы измерения магнитной проницаемости.

Из изложенного вытекает невозможность рационализации уравнений путем изменения части единиц системы.

Можно, однако, провести рационализацию уравнений, оставив систему единиц неизменной. Для этой цели достаточно изменить понятия о тех шести величинах, для которых предлагалось изменить единицы. А именно, достаточно условиться под величинами магнитной проницаемости и магнитной массы понимать величины, в 4π раз большие, а под величинами диэлектрической проницаемости, магнитной силы, магнитного сопротивления и магнитодвижущей силы понимать величины, в 4π раз меньшие, чем это принималось до сих пор.

Так, если ранее под диэлектрической проницаемостью вещества понималось отношение $4\pi D$ к E, теперь под этой величиной следует понимать отношение D к E.

Если ранее мы считали, что источником магнитного потока Φ является магнитная масса $m = \Phi/4\pi$, теперь следует считать, что магнитный поток исходит из магнитной массы, численно равной величине этого потока.

Покажем на примере силы поля H, создаваемого уединенной магнитной массой m в среде с магнитной проницаемостью μ, что указанное выше изменение понятий о величинах приводит к рационализации зависимостей. В обычной нерационализованной форме для H имеем:

$$H = \frac{1}{\mu}\frac{m}{r^2}.$$

Положив $H = 4\pi H'$, $\mu = \mu'/4\pi$, $m = m'/4\pi$, получим:

$$4\pi H' = \frac{4\pi}{\mu'}\frac{m'}{4\pi r^2} \quad \text{или} \quad H' = \frac{1}{\mu'}\frac{m'}{4\pi r^2}.$$

Наличие 4π в формуле для H' естественно, так как в рассматриваемом случае поле обладает шаровой симметрией.

Такой метод достижения рациональной формы уравнений, не связанный с изменением единиц измерения, представляется нам в достаточной мере простым и целесообразным.

Следует подчеркнуть, что в этом случае, независимо от обычной или рациональной формы написания уравнений, единицы измерения можно определять по соответствующим формулам размерности, не содержащим, как известно, никаких числовых коэффициентов.

Поступило
8 VI 1944

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Сборн. работ Комиссии по единицам мер, изд. АН СССР, 1938.