

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. М. ГУРВИЧ

**О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ К ЛУЧИСТОМУ  
ТЕПЛООБМЕНУ В ТОПКАХ**

(Представлено академиком М. В. Кирпичевым 15 VI 1940)

До настоящего времени решение технической задачи о теплообмене в топочных камерах базировалось на чисто эмпирических приемах. В настоящей работе для обобщения опытных данных впервые сделана попытка использования теории подобия.

Пренебрегая свободной конвекцией и энергией рассеяния, дифференциальные уравнения, описывающие процессы в топке, можно представить в виде:

$$\operatorname{div} \rho \vec{w} = 0, \quad (1)$$

$$(\vec{w}, \operatorname{grad}) \vec{w} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \left( \nabla^2 \vec{w} + \frac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{w} \right), \quad (2)$$

$$q = \lambda \nabla^2 \vartheta - \sum + (\vec{w} c_p \gamma, \operatorname{grad} \vartheta), \quad (3)$$

где обозначено:  $\vec{w}$  — скорость в рассматриваемой точке,  $p$  — давление;  $q$  — количество выделяющегося тепла;  $\vartheta$  — температура, отсчитанная от абсолютного нуля;  $\sum$  — результирующий лучистый поток единицы объема среды, связанный с результирующим спектральным потоком  $\sigma$  выраже-

нием:  $\sum = \int_0^{\infty} \sigma d\lambda$ ;  $\rho$  и  $\gamma$  — плотность и объемный вес;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении.

Уравнения (1), (2) и (3) не определяют всего комплекса явлений, происходящих в топке, так как не содержат в себе связей между результирующим лучистым потоком и температурным полем внутри него и на его границах.

Для лучистого теплообмена при наличии лучепоглощающей и рассеивающей среды Г. Л. Поляк<sup>(1)</sup> получил следующие интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода:

$$\frac{S}{A} - \int_{(2\pi)} m \cos \varphi d\omega = \int_{(2\pi)} l \cos \varphi d\omega - I_{oc}, \quad (4)$$

$$\frac{\sigma}{a} - \int_{(4\pi)} m d\omega = \int_{(4\pi)} e d\omega - \eta_0, \quad (5)$$

где:

$$m = \frac{1}{\pi} \frac{S^*}{A^*} R^* e^{-\int_0^r k(r^*) dr^*} + \frac{1}{4\pi} \int_0^r \beta(r^*) \frac{\sigma(r^*)}{\alpha(r^*)} e^{-\int_0^r k(r^*) dr^*} dr^*, \quad (6)$$

$$l = \frac{1}{\pi} I_{oc}^* e^{-\int_0^r k(r^*) dr^*} + \frac{1}{4\pi} \int_0^r \eta_0(r^*) k(r^*) e^{-\int_0^r k(r^*) dr^*} dr^*. \quad (7)$$

В уравнениях (4) и (5) приняты обозначения:  $s$  — результирующий спектральный поток через единицу поверхности тела;  $\sigma$  — результирующий спектральный поток через единицу объема среды;  $A$  — поглощательная способность поверхности;  $\alpha$  — поглощательная способность среды;  $\varphi$  — угол между направлением излучения и нормалью к элементу поверхности;  $\omega$  — элементарный телесный угол, вершина которого лежит на расстоянии  $r$  от граничной поверхности;  $I_{oc}$  — спектральная интенсивность полусферического излучения абсолютно черного тела при температуре поверхности стенки, связанная с поверхностной плотностью собственного лучистого потока, отнесенной в единице длины волны,  $I_{cob}$ , соотношением  $I_{oc} = \frac{I_{cob}}{A}$ ; при тепловом излучении

$$I_{oc} = I_{oc}(\lambda, \vartheta),$$

а в случае серого излучения:

$$I_{oc} = \varepsilon_{oc} = \lambda \sigma^{-8} c_s \vartheta_{ст}^{-4},$$

где  $c_s$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела, а  $\vartheta_{ст}$  — температура стенки;  $\eta_0$  — учетверенная спектральная интенсивность полусферического излучения абсолютно черного тела при температуре выделенного элемента среды, связанная с собственным излучением единицы объема соотношением:  $\eta_0 = \frac{\eta_{cob}}{\alpha}$  и в случае серого излучения выражаемая:  $\eta_0 = 4\varepsilon_0 = 4 \cdot 10^{-8} c_s \vartheta^4$ ;  $R$  — отражательная способность стенки;  $\beta$  — коэффициент рассеяния среды;  $k(r) = \alpha(r) + \beta(r)$  — коэффициент ослабления среды;  $r$  — расстояние между границей среды и рассматриваемой точкой. Звездочкой отмечены текущие значения величин, относящихся к текущему расстоянию от границы до выделенного элемента.

В дальнейшем будем предполагать, что при некоторых заданных граничных условиях система уравнений (1) — (5) имеет единственное решение.

Анализ уравнений (1) — (5) с точки зрения теории подобия<sup>(2)</sup> приводит к заключению о том, что в подобных системах имеют место равенства:

$$\begin{aligned} \frac{we}{v} = Re = \text{idem}; \quad \frac{pl}{\rho vw} = Eu \cdot Re = \text{idem}; \quad \frac{\omega l}{a} = Pe = \text{idem}; \\ \frac{ql}{wc_p \gamma \vartheta} = \pi_1 = \text{idem}; \quad \frac{\Sigma l}{wc_p \gamma \vartheta} = \pi_2 = \text{idem}; \quad \frac{\Sigma l}{c_s \vartheta^4} = \pi_3 = \text{idem}; \\ kl = \pi_4 = \text{idem}; \quad \frac{\beta}{\alpha} = \pi_5 = \text{idem}. \end{aligned}$$

Согласно теории подобия для сходственных точек подобных систем интеграл системы уравнений (1) — (5) может быть представлен функцией:

$$\theta = F_1(Re, Pe, Bo, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5), \quad (8)$$

где  $\theta$  (температурный симплекс) =  $\frac{\vartheta i}{\vartheta}$  и  $Bo$  (критерий Boltzmann'a) =  $\frac{\pi_3}{\pi_2} = \frac{wc_p \gamma}{c_s \vartheta^3}$ .

Для однозначности решения необходимо задание граничных условий, которые в данном случае для топков, работающих на данном сорте жидкого или газообразного топлива\*, могут быть сформулированы как: 1) кинематические условия на границах, 2) условия воспламенения топлива на границах и 3) распределение поглощательной способности на границах. Интегральные уравнения (4) и (5) включают в себя еще два граничных условия, относящихся к граничному полю результирующего излучения и полусферического излучения самих стенок и к граничному полю температур. Сформулированные граничные условия в соответствии со сделанным выше допущением о единственности решения однозначно определяют температурное поле топки, причем функции  $F_1$  тождественно одинаковы для подобных систем.

Для осуществления подобия, согласно обратной теореме теории подобия, достаточно задать подобие условий на границах и равенство определяющих критериев. В данном случае подобие граничных условий сводится к: 1) геометрическому подобию систем, 2) кинематическому подобию на границах, 3) подобию граничных условий воспламенения топлива, 4) подобию распределения поглощательных способностей стенок, 5) подобию констант, определяющих свойства среды, заполняющей топку. Подобие граничных условий, содержащихся в интегральных уравнениях, сводится к требованиям: 6) подобия полей результирующего излучения на стенке и полусферического излучения самих стенок и 7) подобия температурных полей стенок. Следовательно, на границах должны быть выполнены условия:

$$\begin{aligned} \text{Re}_{\text{гр}} = \text{idem}; \quad \pi_{1\text{гр}} = \text{idem}; \quad A_{\text{ст}} = \text{idem}; \quad \pi_{4\text{гр}} = \text{idem}; \\ \pi_{5\text{гр}} = \text{idem}; \quad \frac{S_{\text{ст}}}{c_{\text{ст}} \vartheta_{\text{ст}}^4} = \text{idem}; \quad \frac{\vartheta_{\text{ст}}}{\vartheta} = \text{idem}, \end{aligned}$$

где индекс  $\text{ст}$  указывает на то, что величины относятся к поверхности, ограничивающей топочную камеру.

Наличие в топочной камере различных направлений течения реакции горения заставляет считать основным условием моделирования не подобие, а тождественность температурных полей. Для выбора же остальных масштабов выводятся соотношения:

$$\frac{w}{w'} = 1; \quad \frac{k}{k'} = \frac{l'}{l}, \quad \frac{q}{q'} = \frac{l'}{l}.$$

Первое справедливо при  $\text{Re} > 2300$ , второе же в силу невозможности произвольного задания величины  $k$  превращает моделирование в приближенное и ограничивает выбор линейного масштаба  $\frac{l}{l'}$ . Третье равенство, будучи написано для суммарного количества тепла, вносимого в топку, принимает вид:  $\frac{Q}{Q'} = \frac{l^2}{l'^2}$ .

Применяя функцию (8) к обработке экспериментальных данных по суммарному эффекту теплообмена в топках, можно написать:

$$\theta = F_2 \left( \text{Re}, \text{Pé}, \text{Bo}, \pi_1, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \frac{F_1}{F_0}, \frac{F_2}{F_0} \dots \frac{\Delta\vartheta_1}{\vartheta_0}, \frac{\Delta\vartheta_2}{\vartheta_0} \dots \right), \quad (8a)$$

где  $\frac{F_1}{F_0}; \frac{F_2}{F_0} \dots \frac{\Delta\vartheta_1}{\vartheta}; \frac{\Delta\vartheta_2}{\vartheta} \dots$  — некоторые геометрические и температурные симплексы.

Критерии  $\text{Re}$ ,  $\text{Pé}$  и  $\pi_5 = \frac{\beta}{\alpha}$  не должны играть существенной роли из-за незначительности передачи тепла конвекцией и рассеяния лучей.

\* Вопрос о применении теории подобия к топкам, работающим на угольной пыли, нуждается в специальном рассмотрении.

Критерий  $\pi_3 = \frac{ql}{\omega c_p \gamma \vartheta}$  преобразуется к виду  $\frac{F_\phi}{F_{ст}}$  и для жидкого и газообразного топлива не является независимой переменной (поверхность факела  $F_\phi$  определяется условиями смешения горючего с воздухом). Критерий  $\pi_3 = \frac{\Sigma l}{\omega c_p \gamma \vartheta}$  однозначно связан с критериями  $\theta$  и  $Bo$ .

Обработка большого числа исследований подтвердила изложенные соображения и позволила оставить в правой части уравнения (8а) только величины  $Bo$ ,  $kl$  и  $\frac{F_1}{F_0}$ . Тогда

$$\theta = F_3 \left( Bo, kl, \frac{F_1}{F_0} \right). \quad (9)$$

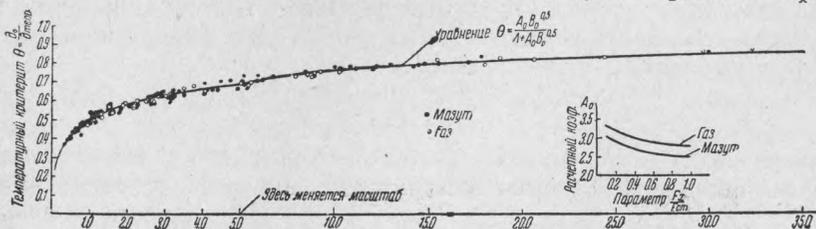
Безразмерная температура  $\theta$  была представлена в виде:  $\theta = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_{теор}}$ , где  $\vartheta_0$  — температура в выходном сечении топки;  $\vartheta_{теор}$  — теоретическая температура горения. Входящие в критерий Boltzmann'a

$$Bo = \frac{\omega \bar{c}}{c_s \vartheta_{теор}^3} = \frac{\omega (c_m t_{теор} - c_0 t_0)}{c_s \vartheta_{теор}^3 (\vartheta_{теор} - \vartheta_0)}$$

теплоемкости продуктов горения  $c_m$  и  $c_0$  были отнесены к температурам  $t_{теор}$  и  $t_0$  в °С, а скорость газов  $\omega$  — к площади холодных поверхностей, расположенных в топке  $F_x$ . Геометрический симплекс при малой роли относительного расположения холодных поверхностей и формы покрытых ими участков стен топки был записан в виде:  $\frac{F_1}{F_0} = \frac{F_x}{F_{ст}}$ . Влияние величины  $kl$  для топок стационарных паровых котлов оказалось несущественным. После этих преобразований

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = F_3 \left( \frac{\omega \bar{c}}{c_s \vartheta_{теор}^3}; \frac{F_x}{F_{ст}} \right). \quad (9a)$$

Результат обработки экспериментальных данных, полученных в промышленных исследованиях ряда топочных устройств, работавших на жидком и газообразном топливе (около 150 опытов), изображен на фигуре.



Все экспериментальные точки объединяются одной кривой, причем разброс точек лежит в пределах точности экспериментальной оценки величины  $\vartheta_0 : \vartheta_{теор}$ .

Уравнение кривой, показанной на фигуре:

$$\frac{\vartheta_0}{\vartheta_{теор}} = \frac{A_0 Bo^{0.5}}{1 + A_0 Bo^{0.5}}. \quad (10)$$

Зависимость коэффициента  $A_0$  от характеристики  $\psi = \frac{F_x}{F_{ст}}$  дана кривой в правой части фигуры, построенной по данным упомянутых опытов.

Топочная лаборатория  
Центрального котлотурбинного института

Поступило  
19 VI 1940

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. Л. Поляк, ДАН, XXVII, № 1 (1940). <sup>2</sup> М. В. Кирпичев и А. А. Гу х м а н, Тр. Гос. физ.-техн. лабор., вып. 9 (1929); Тр. Лен. обл. н.-и. тепло-техн. ин-та, вып. I (1931).